

Nemegyensúlyi termomechanika

Non-equilibrium thermomechanics

Ván Péter

Wigner FK, RMI, Elméleti Fizika Osztály és
BME, Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszék és
Montavid Termodinamikai Kutatócsoport,
van.peter@wigner.mta.hu

KIVONAT: A kontinuummechanika termodinamikai alapjainak általános kereteit foglaljuk össze nagyon röviden. A hővezetés, kis deformációs rugalmasság, termodinamikai reológia és a mikrodeformációs általánosított kontinuumok Mindlin-féle egyenleteit speciális esetként származtatjuk.

Kulcsszavak: termomechanika, nemegyensúlyi termodinamika.

ABSTRACT: In this paper the thermodynamic foundations of mechanics are summarized. Heat conduction, linear elasticity, thermodynamic rheology and the Mindlin theory of microdeformation are obtained as special cases.

keywords: thermomechanics, non-equilibrium thermodynamics.

BEVEZETÉS

A kis deformációs, hővezető mechanikai kontinuumokat tárgyaljuk két tenzoriális belső változóval. Az entrópiaprodukció kiszámítása után kifejtjük a konstitutív elméletet és származtatjuk a csatolt hővezetés, disszipatív klasszikus rugalmasságtan, termodinamikai reológia (Verhás-test) és az általánosított kontinuumok (mikrodeformáció) mozgásegyenleteit speciális esetként. A disszipációt a legegyszerűbb izotróp lineáris elmélet keretei között értelmezzük.

Az ismertett tárgyalás részletesebb kifejtése Ván (2012)-ben (lásd a Montavid Termodinamikai Kutatócsoport mellékelt CD-jét), illetve Ván, et al. (2013) cikkben található.

Indexes jelöléseket alkalmazunk az Einstein-féle összegzési konvencióval. Vektorokat és kovektorokat nem különböztetjük meg. Parciális deriváltaknál nem jelöljük külön az állandóan tartott változókat, ha az egyértelmű az előzményekből.

ALAPEGYENLETEK, ENTRÓPIAPRODUKCIÓ

2.1. Termosztatika

Az ε^{ij} kis deformáció, mint fajlagos állapotváltozó segítségével az entrópia definíciós formuláit általában következőképpen írhatjuk:

$$s = s(e, \varepsilon^{ij}), \quad \frac{\partial s}{\partial e} = \frac{1}{T}, \quad \frac{\partial s}{\partial \varepsilon^{ij}} = -\frac{\sigma_{sztat}^{ij}}{T\rho}. \quad (1)$$

Itt σ_{sztat}^{ij} a sztatikus feszültség, T pedig a hőmérséklet. A Gibbs-reláció ennek megfelelően a következő:

$$de = Tds + \frac{\sigma_{sztat}^{ij}}{\rho} d\varepsilon^{ij}. \quad (2)$$

Gázokon és folyadékokon edződött termodinamikai gondolkodás számára két fontos kérdés merül fel ezzel kapcsolatban:

1. Extenzív-e a deformáció és intenzív-e a feszültség? Egyáltalán mit is jelent az extenzivitás ebben az esetben?

2. Hogyan áll fenn az analógia a kontinuum-esettel, azaz mit jelent a viszkózus feszültség, egyáltalán létezik-e, értelmezhető-e ez a fogalom rugalmas homogén testekre?

Az első kérdés kapcsán egyrészt ismert, hogy a feszültség felületi erővel kapcsolatos, és természetesen a deformáció nem arányos a térfogattal. Vagyis kiterjedt testek esetén fel kell használnunk, hogy szilárd anyagokra egyensúlyi alakjuk is jellemző, nemcsak a térfogatuk. Az alakváltozás sűrűsége létezik, de a teljes testre felintegrált fizikai mennyiségnek csak speciális esetben lehet értelmet adni. A rugalmas test energiaváltozásait jellemző lokális hosszváltozások keverednek a lokális forgásokkal. Mivel a belső hosszváltozások által meghatározott Riemann-metrika – aminek segítségével az alakváltozás értelmezhető (Fülöp és Ván 2010; Fülöp és Ván 2012) – lokálisan választja le az alakváltozásokat a forgásoktól, ezért additivitás csak speciális egydimenziós deformációk esetén lesz érvényes.

Az alakváltozás extenzív, abban az értelemben, hogy létezhet a teljes termodinamikai testre történő kiterjesztése (a megnyúlás illetve a térfogatváltozás), de nem additív fizikai mennyiség.

Hasonló kérdések merülnek fel a térderiváltakkal értelmezett mennyiségek termodinamikai, homogén testekre vonatkozó értelmezésekor. Összességében azt mondhatjuk, hogy ilyen esetben az adott, térderiváltakkal értelmezett változó homogén eloszlása ugyanúgy inhomogén peremfeltételekkel állítható be, mint azt a mechanikai deformáció esetén jól megszoktuk. A Gibbs-reláció kontinuumok esetén is jól használható, kényelmes eszköz, mint a lokális entrópiasűrűség változóira, a konstitutív állapotterre vonatkozó stabilitással kapcsolatos megszorító feltétel.

2.2. Alapmérlegek, kinematika

Esetünkben a belső energia mérlege játszik főszerepet:

$$\rho \dot{e} + \partial^i q^i = \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}^{ij}. \quad (3)$$

Itt felhasználtuk a feszültség és a deformáció szimmetriáját és az

$$\dot{\varepsilon}^{ij} = (\partial^i v^j + \partial^j v^i) / 2 \quad (4)$$

kinematikai összefüggést. Tegyük fel, hogy a közegünket két deformáció jellegű tenzoriális belső változó jellemzi, α^{ij} és β^{ij} . Deformáció jellegű abból a szempontból, hogy anyagi deriváltjuk a szubsztanciális derivált. Ekkor térderiváltjuk anyagi deriváltja a megegyezik a szubsztanciális derivált térderiváltjával:

$$(\partial^k \alpha^{ij})^\nabla = (\partial^k \alpha^{ij})^\bullet + (\partial^l \alpha^{ij})(\partial^k v^l) = \partial^k (\dot{\alpha}^{ij}), \quad (\partial^k \beta^{ij})^\nabla = (\partial^k \beta^{ij})^\bullet + (\partial^l \beta^{ij})(\partial^k v^l) = \partial^k (\dot{\beta}^{ij}). \quad (5)$$

mert a térderiválásnak, mint kovektornak az anyagi időderiváltja alsóáramlásos, lásd Ván (2012) függelékét.

2.3. Entrópiamérleg

Tegyük fel, hogy kontinuumunk a belső változóiban gyengén nemlokális, az entrópia α^{ij} és β^{ij} térderiváltjaitól is függ. Tehát

$$s = s(e^{ij}, \alpha^{ij}, \partial^k \alpha^{ij}, \beta^{ij}, \partial^k \beta^{ij})$$

További fontos feltevésünk, hogy az entrópiaáram ebben az esetben módosul és a következő formában írandó:

$$J^i = \frac{q^i}{T} - \rho \frac{\partial s}{\partial (\partial^i \alpha^{jk})} \dot{\alpha}^{jk} - \rho \frac{\partial s}{\partial (\partial^i \beta^{jk})} \dot{\beta}^{jk}. \quad (6)$$

Ekkor az entrópiamérleg a következőképpen vezet az entrópiaprodukcióra:

$$\begin{aligned} \rho \dot{s} + \partial^i J^i &= \frac{\rho \dot{\epsilon}}{T} - \frac{\sigma_{sztat}^{ij}}{T} \dot{\epsilon} + \rho \frac{\partial s}{\partial \alpha^{ij}} \dot{\alpha}^{ij} + \rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \alpha^{ij}} (\partial^k \alpha^{ij})^\nabla + \rho \frac{\partial s}{\partial \beta^{ij}} \dot{\beta}^{ij} + \rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \beta^{ij}} (\partial^k \beta^{ij})^\nabla + \\ &\quad \partial^i \left(\frac{q^i}{T} - \rho \frac{\partial s}{\partial (\partial^i \alpha^{jk})} \dot{\alpha}^{jk} - \rho \frac{\partial s}{\partial (\partial^i \beta^{jk})} \dot{\beta}^{jk} \right) = \\ \frac{1}{T} (\sigma^{ij} - \sigma_{sztat}^{ij}) \dot{\epsilon}^{ij} + q^i \partial^i \frac{1}{T} + \dot{\alpha}^{ij} \left[\rho \frac{\partial s}{\partial \alpha^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \alpha^{ij}} \right) \right] + \dot{\beta}^{ij} \left[\rho \frac{\partial s}{\partial \beta^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \beta^{ij}} \right) \right] &\geq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Itt felhasználtuk az entrópia deriváltjaiként bevezetett intenzív mennyiségeket (1) alapján, az entrópiaáram fenti, (6) definícióját, a (3) belső energia mérleget és a belső változók kinematikai tulajdonságait, azaz, hogy anyagi deriváltjuk a szubsztanciális derivált és az ebből adódó (5) formulákat. A fenti összefüggés egy szabályos nemegyensúlyi termodinamikai erő-áram rendszert határoz meg, mert a σ^{ij} feszültség, a q^i hőáramsűrűség és a belső változók fejlődési egyenletei konstitutív mennyiségeknek tekinthetők.

	Termikus	Mechanikai	Belső 1	Belső 2
Áramok	q^i	$\frac{1}{T} (\sigma^{ij} - \sigma_{sztat}^{ij})$	$\dot{\alpha}^{ij}$	$\dot{\beta}^{ij}$
Erők		$\dot{\epsilon}^{ij}$	$A^{ij} = \rho \frac{\partial s}{\partial \alpha^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \alpha^{ij}} \right)$	$B^{ij} = \rho \frac{\partial s}{\partial \beta^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \beta^{ij}} \right)$

1. Táblázat: Termodinamikai erők és áramok (*Thermodynamic forces and fluxes*)

Ennek szigorúbb és részletesebb levezetését a Liu eljárásra alapozva Ván et al. (2013) tartalmazza. Ott például megkapjuk, hogy a fenti levezetés egyetlen fontosabb feltevése, az entrópiaáram (6) formája is következménye a második főtételnek és a konstitutív állapotér választásának.

A fenti erő-áram rendszer egy vektoriális és három tenzoriális kölcsönhatást tartalmaz. Izotróp kontinuumokra a teljes csatolt vezetési egyenletrendszerben a termikus kölcsönhatásra vonatkozó Fourier-törvény független

$$q^i = \lambda_T \partial^i \frac{1}{T}, \quad (8)$$

ahol $\lambda_F = -\lambda_T/T^2$, a Fourier-féle hővezetési együttható. A tenzormennyiségek pedig a következő módon csatolódnak:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} (\sigma^{ij} - \sigma_s^{ij}) &= L_{ijkl}^{11} \dot{\epsilon}^{kl} + L_{ijkl}^{12} A^{kl} + L_{ijkl}^{13} B^{kl}, \\ \dot{\alpha}^{ij} &= L_{ijkl}^{21} \dot{\epsilon}^{kl} + L_{ijkl}^{22} A^{kl} + L_{ijkl}^{23} B^{kl}, \\ \dot{\beta}^{ij} &= L_{ijkl}^{31} \dot{\epsilon}^{kl} + L_{ijkl}^{32} A^{kl} + L_{ijkl}^{33} B^{kl}. \end{aligned} \quad (9)$$

Itt a kilenc négyszer négyes mátrix helyett izotróp esetben csak $3 \times 9 = 27$ skalár anyagi paraméter van, azaz

$$L_{ijkl}^{IJ} = s^{IJ} \delta^{i(k} \delta^{j)l} + a^{IJ} \delta^{i[k} \delta^{j]l} + l^{IJ} \delta^{ij} \delta^{kl},$$

mert a szimmetrikus, gömbi és antiszimmetrikus tenzorok külön-külön csatolódnak. Itt I és J indexek a megfelelő termodinamikai csatolásra utalnak, a zárójelek pedig szimmetrikus nyomnélküli, illetve antiszimmetrikus részeit jelölik tenzoroknak a jelzett indexpárokból:

$$\delta^{i(k} \delta^{j)l} = (\delta^{ik} \delta^{jl} + \delta^{il} \delta^{jk}) / 2 - \delta^{ij} \delta^{kl} / 3, \quad \delta^{i[k} \delta^{j]l} = (\delta^{ik} \delta^{jl} - \delta^{il} \delta^{jk}) / 2.$$

Nem tételezünk fel reciprocitási relációkat, ezért a fenti általános, de egyszerű elmélet antiszimmetrikus csatolások esetén, azaz, ha $s^{IJ} = l^{IJ} = 0$ valamelyik együttthatópárra, akkor nincs entrópiatermelés, a kontinuum abban a kölcsönhatáspárban nem disszipatív.

SPECIÁLIS ESETEK

Tekintsünk izotróp anyagot és minden változójában kvadratikus entrópiafüggvényt. A következő forma megfelelően általános, hogy bemutasson néhány jellegzetes speciális esetet:

$$s(e, \varepsilon^{ij}, \alpha^{ij}, \beta^{ij}) = c \ln e - \mu \varepsilon^{ij} \varepsilon^{ij} - (\mu + 3\lambda/2) (\varepsilon^{ii})^2 - \frac{b_1}{2} \alpha^{(ij)} \alpha^{(ij)} - g_1 \varepsilon^{(ij)} \alpha^{(ij)} - \frac{c_1}{2} \beta^{(ij)} \beta^{(ij)} - \frac{f_1}{2} \partial_k \alpha^{(ij)} \partial_k \alpha^{(ij)}. \quad (9)$$

Itt c a fajhő és $e = cT$, a második két tag az entrópiafüggvény rugalmas része, ahol μ és λ a Lamé állandók. A többi paramétert állandónak tekintjük és ennek megfelelően előjelek az entrópia konkávitásának feltétele, a termodinamikai stabilitás, miatt nem tetszőlegesen. Itt csak néhány szimmetrikus nyomnélküli tagot vezettünk be a belső változókra vonatkozóan. A legáltalánosabb izotróp forma több tagot és együttthatót tartalmaz, lásd pl. Mindlin (1964).

Az erő-áram rendszerben a belső változók csak deviatorikus (nyomnélküli szimmetrikus) tenzorokkal csatolódnak. A sztatikus feszültség és a belső változókra vonatkozó termodinamikai erők és áramok a következők lesznek:

$$\begin{aligned} \sigma_{sztat}^{ij} &= -T\rho \frac{\partial s}{\partial \varepsilon^{ij}} = 2\hat{\mu} \varepsilon^{ij} + (2\hat{\mu} + 3\hat{\lambda}) \varepsilon^{kk} \delta^{ij} + \hat{g}_1 \alpha^{(ij)}, \\ A^{ij} &= \rho \frac{\partial s}{\partial \alpha^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \alpha^{ij}} \right) = -\hat{b}_1 \alpha^{(ij)} - \hat{g}_1 \varepsilon^{(ij)} + \hat{f}_1 \partial^{kk} \alpha^{(ij)}, \\ B^{ij} &= \rho \frac{\partial s}{\partial \beta^{ij}} - \partial^k \left(\rho \frac{\partial s}{\partial \partial^k \beta^{ij}} \right) = -\hat{c}_1 \beta^{(ij)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Itt kalappal az eredeti együttthatók és a sűrűség, illetve a hőmérséklet szorzatát jelöltük.

3.1 Lineáris viszkoelaszticitás és Ginzburg-Landau-egyenlet.

A 3×9 s^{IJ} , a^{IJ} és l^{IJ} vezetési együtttható közül $s^{11} = 2\eta$ a nyírási viszkozitási együtttható, $l^{11} = \eta_v$ pedig a térfogati viszkozitása. $a^{11} = 0$, a feszültségtenzor szimmetriája miatt. Ha nincs csatolás az egyes kölcsönhatások között, azaz $L^{12} = L^{21} = L^{13} = L^{31} = L^{32} = L^{23} = 0$ minden $L = a, s, l$ esetén, továbbá $s^{33} = a^{33} = l^{33} = 0$, akkor a második belső változó, β^{ij} , állandó és (10) felhasználásával (9) két egyenletre egyszerűsödik:

$$\frac{1}{T} \left(\sigma^{ij} - 2\hat{\mu} \varepsilon^{ij} - (2\hat{\mu} + 3\hat{\lambda}) \varepsilon^{kk} \delta^{ij} - \hat{g}_1 \alpha^{(ij)} \right) = \eta \dot{\varepsilon}^{(ij)} + \eta_v \dot{\varepsilon}^{kk} \delta^{ij}, \quad (11)$$

$$\dot{\alpha}^{(ij)} = s^{22} \left(-\hat{b}_1 \alpha^{(ij)} - \hat{g}_1 \varepsilon^{(ij)} + \hat{f}_1 \partial^{kk} \alpha^{(ij)} \right) \quad (12)$$

Ha a sztatikus deformáció-belső változó csatolásra vonatkozó együtttható $g_1 = 0$, akkor (11) a lineáris viszkoelaszticitás jól ismert konstitutív egyenlete, (12) pedig egy Ginzburg-Landau típusú egyenlet a belső változóra. Ez utóbbi egyenlet az alakzatképző egyenletek prototípusa.

3.2 Termodinamikai reológia, Verhás-test

A termodinamikai reológia alapegyenleteit kaphatjuk meg, ha továbbra is $s^{33}=a^{33}=l^{33}=0$, azaz a második belső változó állandó, de az előbbi feltételek közül nem mindegyik érvényes. Legyen a kontinuum olyan, hogy az első változó termodinamikai kereszthatása a deformációval nem nulla, tehát az s^{12} és s^{21} együtthatók sem nullák. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel továbbá, hogy $g_1=f_1=0$. Ebben az esetben a deviatorikus részre vonatkozó egyenletek:

$$\frac{1}{T}(\sigma^{(ij)} - 2\hat{\mu}\varepsilon^{(ij)}) = \eta\dot{\varepsilon}^{(ij)} - s^{12}\hat{b}_1\alpha^{(ij)},$$

$$\dot{\alpha}^{(ij)} = s^{12}\dot{\varepsilon}^{(ij)} - s^{22}\hat{b}_1\alpha^{(ij)}.$$

Itt felismerhetjük a Verhás test, azaz a tehetetlenségi Poynting-Thomson test termodinamika alapegyenleteit. A belső változó kiküszöbölésével kaphatjuk a szokásos, csak feszültséget és deformációt tartalmazó formát (lásd Ván és Asszonyi (2006) illetve Verhás (1985)), amely a tapasztalatok szerint a kőzetek reológiai viselkedésének legjobb modellje (lásd pl. Fülöp (2008), Szarka et al (2008)).

3.3 Általánosított kontinuumok, mikrodeformáció

Utolsó példánkban se legyenek kereszthatások, azaz $L^{12}=L^{21}=L^{13}=L^{31}=L^{32}=L^{23}=0$, ismét egyetlen kivétellel. Legyen a két belső változó deviatorikus részeinek csatolása antiszimmetrikus: $s^{23}=-s^{32}$. Ebben az esetben

$$\frac{1}{T}(\sigma^{ij} - 2\hat{\mu}\varepsilon^{ij} - (2\hat{\mu} + 3\hat{\lambda})\varepsilon^{kk}\delta^{ij} - \hat{g}_1\alpha^{(ij)}) = \eta\dot{\varepsilon}^{(ij)} + \eta_v\dot{\varepsilon}^{kk}\delta^{ij},$$

$$\dot{\alpha}^{(ij)} = s^{22}A^{(ij)} + s^{23}B^{(ij)},$$

$$\dot{\beta}^{(ij)} = -s^{32}A^{(ij)}.$$
(13)

Tekintsük (13) második egyenletének időderiváltját. Ekkor (10) és a harmadik egyenlet alapján β^{ij} kiküszöbölésével kapjuk, hogy

$$\ddot{\alpha}^{(ij)} = s^{22}\dot{A}^{(ij)} + s^{23}s^{32}A^{(ij)}.$$

Nem disszipatív esetben, amikor a viszkozitások és s^{22} is nulla, (9) végül a következő feszültségfüggvényt, illetve másodrendű mozgásegyenletet adja az első belső változóra:

$$\sigma^{ij} = 2\hat{\mu}\varepsilon^{ij} + (2\hat{\mu} + 3\hat{\lambda})\varepsilon^{kk}\delta^{ij} + \hat{g}_1\alpha^{(ij)}$$

$$(s^{23})^{-2}\ddot{\alpha}^{(ij)} = -\hat{b}_1\alpha^{(ij)} - \hat{g}_1\varepsilon^{(ij)} + \hat{f}_1\partial^{kk}\alpha^{(ij)}.$$
(13)

Itt a feszültség konstitutív függvényében az első két tag a *rugalmas feszültség*, az utolsó tag pedig a *relatív feszültség*. (13) második egyenletének utolsó tagjában pedig felismerhetjük a *kettős feszültséget*, lásd Mindlin (1964). A mikrodeformáció elméletével való teljes azonosság nyilvánvaló, ha az ott szokásos kinematikai mennyiségekre térünk át, azaz független változónak a deformáció és az α^{ij} belső változó különbségét tekintjük. Ez az azonosítás viszont a belső változókat szükségtelenül a mechanikai kinematikához kötné.

ÖSSZEFOGLALÁS

Egy ilyen sok paramétert és változót tartalmazó modell ellenőrzése, tesztelése és a kísérleti eredményekkel történő összehasonlítása hosszú folyamat. Az általánosított kontinuumok több mint száz éve létező elméletének máig nem világos az érvényességi köre, alkalmazhatósága és a benne szereplő paraméterek meghatározásának módja.

A fenti termodinamikai megfontolások az egész elméletkört más perspektívába helyezik, számos új jósággal (mikrohőmérséklet) az eddigiektől különböző disszipációs szerkezettel. A belső változók szigorú mechanikai kinematikájának elvetése is lényeges elvi általánosítást jelent. Ezeknek az eltéréseknek a vizsgálata és az elmélet egyszerű alapszerkezete remélhetőleg az alkalmazásokat is megkönnyíti.

KÖSZÖNET

Az OTKA K81161 és K104260 pályázata támogatta a kutatást.

IRODALOM

- Fülöp T. 2008. Reológiai elemkapcsolások. In: Asszonyi Cs. (szerk.) Izotrop kontinuumok anyagtulajdonságai. Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtár 6, Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtár, Budapest, 93-120.
- Fülöp T. és Ván P. 2010. Véges rugalmas és képlékeny deformációk leírása. In Fülöp T. (szerk.), *Idő és térderiváltak anyagtörvényekben*, Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtár 10., Műegyetemi Kiadó, Budapest, 99–151.
- Fülöp T. és Ván P. 2012. Kinematic quantities of finite elastic and plastic deformations. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 35, 1825–1841, (arXiv:1007.2892v1).
- Mindlin, R. D. 1964. Micro-Structure in Linear Elasticity, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 16, 51-78.
- Szarka Z., Asszonyi Cs., Fülöp T. 2008. Anyagok mechanikai tulajdonságai az anyagtörvény alapján. In: Asszonyi Cs. (szerk.) Izotrop kontinuumok anyagtulajdonságai. Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtár 6, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 121-160.
- Ván P. és Asszonyi Cs. 2006. Az általános törvényszerűségek, In Asszonyi Cs. (szerk.), *Izotrop kontinuumok anyagtörvénye*, Műegyetemi Kiadó, Budapest, Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtár, 3. kötet, 2. fejezet, 63.o.
- Ván P. 2012. Nemegyensúlyi termomechanika, kézirat, Montavid Termodinamikai Kutatócsoport, 2013, CD.
- Ván P., Berezovski, A. and Papenfuss, C. 2013. Thermodynamic approach to generalized continua, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, to be appear, available online (arXiv:1304.4977).
- Verhás J. 1985, *Termodinamika és reológia*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.