

Inverz numerikus modellezés a szivárgási tényező meghatározására

Hajnal Géza

BME, Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék, hajnal@vit.bme.hu

Szabó Gábor

BME, Építőmérnöki Kar, gbrszabo@gmail.com

Vasvári Vilmos

Kultech Kft., vasvari@sww.tugraz.at

ÖSSZEFOGLALÁS: A szivárgási tényező pontosabb meghatározására fizikai modell épült. A kutatók eredményeinek ellenőrzésére numerikus modelleket futtattunk Feflow és Modflow szoftvercsomagokkal.

Kulcsszavak: szivárgási tényező, numerikus modell, Feflow, Modflow

1 BEVEZETÉS

A BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék laboratóriumában a talajvízmozgások kutatására fizikai modell létesült, melynek célja a szivárgási tényező meghatározása a Dupuit módszerrel volt (Barta & Veczán, 2011).

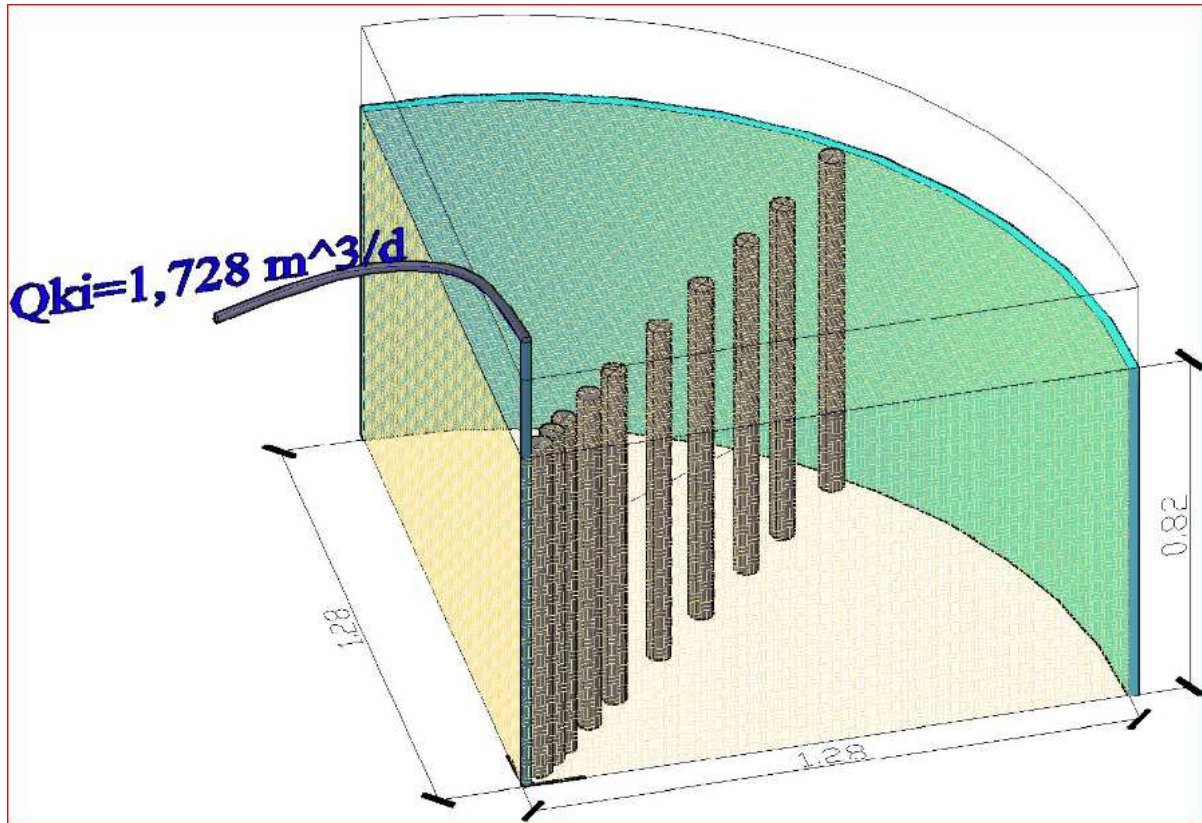
A mérési eredmények laboratóriumi körülmények között lényegesen pontosabbak voltak a terepi mérésekkel összehasonlítva, így jó lehetőséget biztosítottak numerikus modellek felépítéséhez.

Jelen dolgozatban bemutatjuk a fenti fizikai modell igazolására Feflow és Modflow környezetben feljesztett numerikus modelleket, az azokkal végzett inverz modellezést a szivárgási tényező meghatározására. A két különböző szoftverrel végzett szimulációk során alkalom nyílt a két szoftver összehasonlítására is.

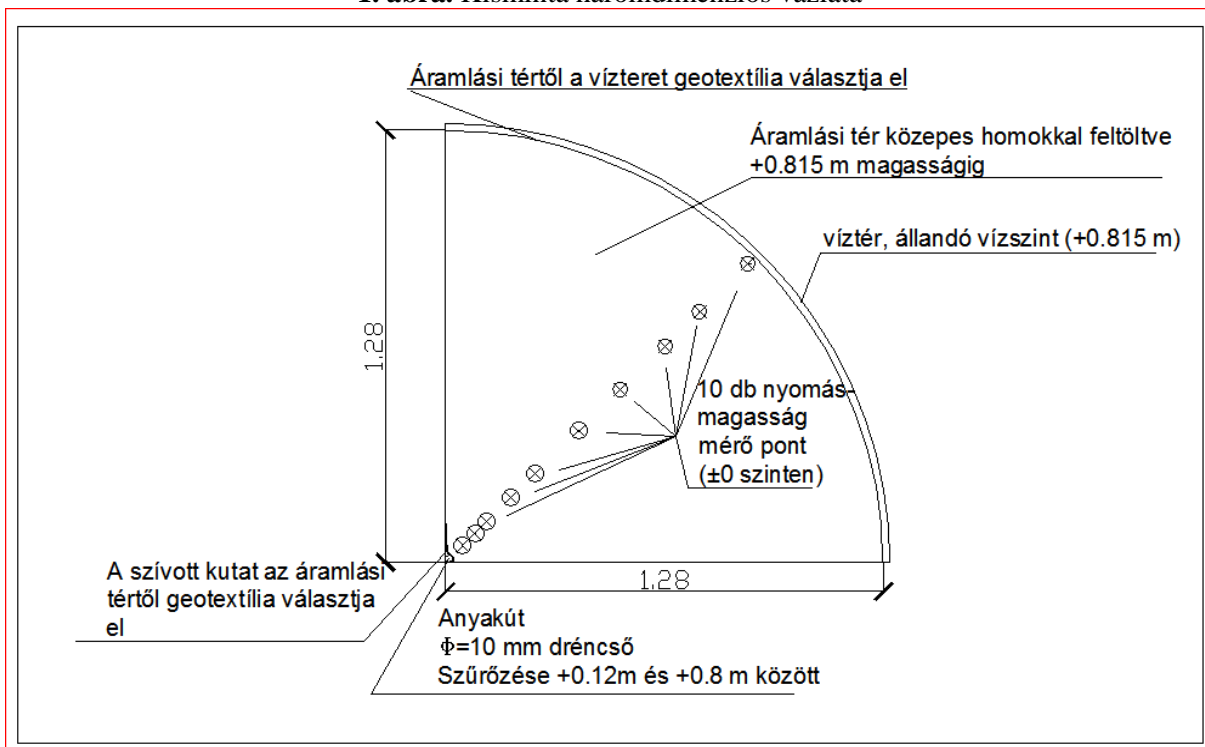
2 KISMINTA BEMUTATÁSA

A következőkben a BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék laboratóriumában létesített kisminta felépítését ismertetjük. A fizikai modell geometriáját tekintve egy 90° -os középponti szögű körcikk alapú egyenes hasáb. A henger talajjal van feltöltve, palástja mentén állandó vízszint tartható. Középpontjában a szívott kút található, ami kezdetben 10 mm, későbbi kísérleteknél 17 mm átmérőjű szűrőzött cső volt állandó vízhozamú szivattyúra csatlakoztatva. A henger palástja mentén a víztér és az áramlási tér között, valamint az áramlási tér és a kút között geotextília akadályozza meg, hogy talaj kerüljön a víztérbe, illetve a kútba. A modelltér alsó síkján, sugárirányban tíz darab nyomásmagasság mérő pont került kialakításra, szintén geotextíliával leválasztva az áramlási tértől (**Hiba! A hivatkozási forrás nem található.**).

Ezen a helyen térünk ki a kút modellbeli kialakításának néhány következményére. Jelen esetben többek közt azzal a közelítéssel élünk, hogy az áramlási térben lévő talaj homogén és izotróp tulajdonságú. A kút felülnézetben, a negyed henger sarokpontjában helyezkedik el és a modelltértől geotextília választja el. Ezen a részen a legnagyobb építési gondosság mellett sem teljesülhet az előbbi feltevés. A geotextília jelenléte eleve megváltoztatja az áramlási viszonyokat ott, ahol a legnagyobb sebességek alakulnak ki. Az előbbieken kívül a sarkokhoz nehéz hozzáférni, így az oda került talaj hézagképzője feltételezhetően eltér a modell egyéb részeitől.



1. ábra. Kisminta háromdimenziós vázlata



2. ábra. Kisminta részletes alaprajza

3 SZIVÁRGÁS ALAPEGYENLETE

Telített közegben a nempermanens szivárgást a forrás-nyelő tag figyelembe vételével az alábbi egyenlet írja le (Németh, 1963):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_0 \frac{\partial h}{\partial t} \pm q \quad (1)$$

ahol:

h – piezometrikus nyomásszint [m],

$k_{x,y,z}$ – szivárgási tényező-tenzor főátlójának megfelelő elemei [m/s],

S_0 – fajlagos tárolási tényező [-],

q – forrás-nyelő tag [$\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$].

Az (1) alapegyenlet analitikus megoldása hengersizmetrikus esetre tulajdonképpen a fent ismertetett Dupuit módszer. Az (1) egyenlet numerikus megoldásait a fent leírt modell konfigurációra a következőkben ismertetjük.

4 DUPUIT MÓDSZER

Több, a kút körüli hengersizmetrikus permanens szivárgást megoldó módszer közül a Dupuit módszert röviden bemutatjuk, hiszen a fizikai modell mérési eredményeinek kiértékelésénél is ez kerültek alkalmazásra.

Szemcsés talajokban a szivárgási tényező próbaszivattyúzással meghatározható a Dupuit módszer alkalmazásával. A módszer a permanens szivárgás alapegyenletének hengersizmetrikus esetre történő analitikus megoldásán alapszik.

A kísérlet a valóságban a következőképpen történhet. Szükségünk van legalább két fúrt kútra, melyekből az egyik a szivott kút lesz. A fúrások során tájékozódunk a talaj tulajdonságairól, ennek megfelelően választunk megfelelő kapacitású szivattyút. A szivattyúzás során permanens állapot létrehozása a cél, amit a szivattyú vízhozamával állíthatunk be. Ebben az állapotban kell megmérnünk a vízszinteket az anyakútban illetve az észlelőkútban, ezután a szivárgási tényező a következő összefüggéssel számítható (Öllös, 1970; Kovács, 1972):

$$k = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln \frac{R}{r}}{H_1^2 - H_2^2} \quad (2)$$

ahol

k – szivárgási tényező [m/s],

Q – szivattyúzott vízhozam [m^3/s],

R – távolhatás [m],

r – kút átmérője [m],

H_1 – vízszint az anyakútban [m],

H_2 – vízszint R távolságra [m].

A mérés több információt ad a valóságról, ha több észlelő kutat is létesítünk. Ekkor a permanens állapot beállítását követően több kút vízszintje is a rendelkezésünkre áll. A módszer alkalmazható bármely két kútpár között is, ebben az esetben a különböző kútpárok eredményeit átlagolhatjuk, így finomítva az eredményt. Észlelőkút párokra az alábbi összefüggés írható fel:

$$k = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln \frac{x_2}{x_1}}{y_1^2 - y_2^2} \quad (3)$$

ahol (az újabb változók):

x_1 : – távolabbi észlelőkút távolsága az anyakúttól [m],

x_2 : – közelebbi észlelőkút távolsága az anyakúttól [m],

y_1 : – vízszint a távolabbi észlelőkútban [m],

y_2 : – vízszint a közelebbi észlelőkútban [m].

Dupuit minden pontban vízszintes szivárgást feltételezett és nem vette figyelembe a kútpaláston kialakuló szivárgási felületet. Méréskor a kút belsejében létrejövő vízszinteket mérjük, ám ez általában nem egyezik meg a kútpalást külső felületén létrejövő vízszinttel, hiszen erre csak hosszantartó szivattyúzás és nagy áteresztőképesség esetén van lehetőség. Ubell (1958) megállapításai szerint Dupuit

képlete nem alkalmazható a süllyedési görbe egészére. A valós és a Dupuit-féle leszívási görbe alakja közötti eltérés a szivattyúzott vízhozam növelésével nő és főleg a kút közelében, tehát azon a szakaszon jelentős, ahol a permanens szivárgás kialakulására lehet számítani. A közbelső görbeszakasz is csak alakra egyezik meg a valóssal. Hibát jelent még a távolhatás mértékének határozatlansága, melyet több megfigyelőkúttal csökkenthetünk. A leszívás hatástávolságának számítására több empirikus és félempirikus képlet létezik (Sichardt, 1927; Weber, 1928; Strzodka, 1975).

Bizonytalanságot jelent a kiértékelésben, ha nem ismerjük a nyugalmi vízoszlop magasságát. Ez előállhat akkor, ha a talajmechanikai feltárások nem nyújtanak kellő információt, illetve ha a kút különböző áteresztőképességgel jellemezhető talajokat harántol, de a vízzáróbb talajban történő szivárgást is figyelembe kell venni.

5 NUMERIKUS MODELLEZÉS

A numerikus modellzés célja, a fizikai modellben elvégzett kísérletek numerikus modellezése, az eredmények kiértékelése és összehasonlítása. Ennek során a következő kérdésekre vártunk választ:

- Van-e hatása a kör alaprajzú modell esetében, ha az alapkör középponti szögét szűkítjük?
- Mi történik az áramlási térben, ha a kút szűrőzésének magassági elhelyezkedését változtatjuk?

Feladatunk volt, hogy megvizsgáljuk, van-e jelentősége a középponti szög módosításának. Kiindulásnak tekintettük a fizikai modellel egyező paraméterekkel rendelkező, de kör alapterületű modellt, majd vizsgáltuk a 90°, 60°, illetve 45°-os középponti szög esetét. Ennek érdekében – Feflow és Modflow környezetben egyaránt – kétdimenziós modelleket építettünk fel, és permanens szimulációkat futtattunk.

Mindkét alkalmazott szoftver esetében a geometria definiálása után a számítási háló kiosztására került sor. A kiosztás sűrűségében egyrészt a modellgeometria (észlelőkutak távolsága, kútátmérő stb.), másrészt érzékenységvizsgálat volt segítségünkre. Ezután a peremfeltételek megadása, majd futtatási feltételek beállítása következett. Ezt követte a kész modell kalibrálása, a különböző változatok összehasonlítása, az eredmények kiértékelése és feldolgozása.

Sor került háromdimenziós modellek permanens futtatására, mellyel a kútszűrőzés helyének hatását vizsgáltuk.

5.1 Modflow környezet

A Modflow szoftver a véges differencia elvén működő, hidrogeológiai modellező szoftver. Képes a talajvízmozgásokon túl a talajvízben végbemenő anyagtranszportot is számolni.

A program több modulból tevődik össze, ezeket közös grafikus felület köti össze, de egyik modulból a másikba átlépve mindig automatikus adatmentés történik.

- Input modul (szivárgási probléma definiálása)
 - definiálhatjuk a geometriát és a rasztert,
 - kutakat helyezhetünk el,
 - beállíthatjuk a talaj és talajvíz tulajdonságokat,
 - megadhatjuk a peremfeltételeket,
 - és részecskekövetés segítségével áramvonalakat rajzoltathatunk ki tetszés szerinti helyekről.

A négyzetháló definiálásánál nincs lehetőség lokális sűrítésre, csak teljes sorokat és oszlopokat adhatunk hozzá. 3D modell esetén itt történik a rétegek definiálása is.

A kút modellje igen fontos számunkra. A vízkivétel nem pontszerű, a minimális tartomány, amire kiterjed, egy cella. A kút magassági szűrőzésének helyét a modell rétegeinek felbontása alapján tudjuk beállítani. Fontos tudnunk, hogy amennyiben a leszívás mértéke akkora, hogy a kút egy szűrőzött szakasza szárazra kerül, akkor a kiemelt víz mennyisége megváltozik a számítás szerint. Ebből kifolyólag, amennyiben a kiemelt víz mennyiségének állandónak kell lennie, erre is tekintettel kell lennünk és adott esetben iteratív módon kell beállítani a kút szűrőzésének helyét. Pontszerű vízkivétel oly módon definiálható, hogy a modell rétegeit szükségesesen kicsinyre definiáljuk és csupán egy cella magasságára állítjuk be a szűrőzést.

- Run modul (itt a szimuláció beállításaira majd futtatására kerül sor)
- be kell állítanunk a szimuláció módját (permanens, nempermanens),
- ki kell válasszuk a szimuláció motorját (egyenletrendszer megoldó eljárás),
- beállíthatjuk a konvergencia kritériumokat,
- rewetting funkciót paraméterezhetjük.

Négyféle motor közül választhatunk, általános esetben a legstabilabb megoldást a WHS solver (alapértelmezett) nyújtja. Háromdimenziós esetben előfordulhat, hogy az iteráció divergenciához vezet, ekkor érdemes a konvergencia kritériumokat variálni vagy másik motor mellett dönteni.

A rewetting (újrancedvesítés) funkció rövid magyarázatra szorul. A cellák újrancedvesítésének akkor van jelentősége, ha az iterációk során egy cella „kiszárad” vagyis a köztelítésként elért vízszint a cella alsó éle alá kerül, ez a rewetting funkció nélkül nem venne újra részt a számításban. Egy paraméterezhető algoritmus alapján kerülhetnek újra vissza ezek a cellák a számításba.

- Output modul (szimuláció eredményeinek ábrázolása, kiértékelése)
 - kialakult piezometrikus nyomásszintek ábrázolása többféle módon,
 - sebességvektorok ábrázolása,
 - áramvonalak kirajzolása a definiált részecskék helye alapján,
 - vízmérleg adatok elemzése,
 - statisztikai csomag definiált észlelőkút adatok alapján (kalibrációban nyújt segítséget).

Az áramlási tér ábrázolása programon belül felülnézetben és sor, illetve oszlop irányú metszetekkel lehetséges, adatexportálás ASCII vagy dat formátumban megvalósítható. Itt a vízmérleget és a statisztikai csomagot kell kiemelni. A vízmérleg vizsgálata minden szimuláció után fontos, amennyiben jelentős eltérés van a beáramlott és eltávozott vízmennyiségek között, az numerikus instabilitásra utal. Ebben az esetben vissza kell térni a konvergencia kritériumokhoz.

A statisztikai modul a szivárgási tényező érzékenységvizsgálatát, kalibrációját segíti elő. A mért és a számított értékek eltérését szemléletesen ábrázolja, valamint néhány paraméterre kiterjedő adatsor elemzést is végez. Az adatexportálás vágólapra történik.

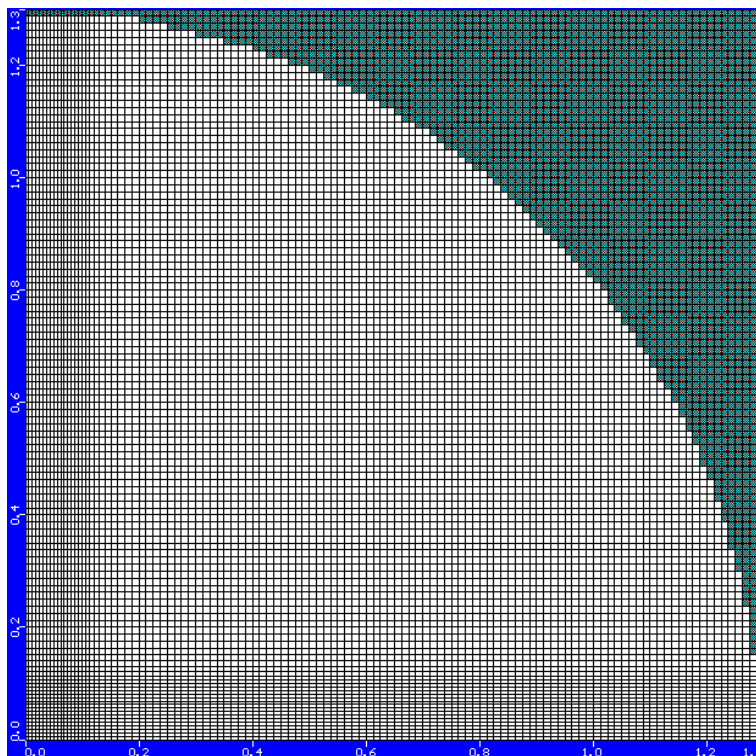
5.1.1 Érzékenységvizsgálat, kalibráció

A fizikai modellen végzett kísérletek eredményei álltak rendelkezésre alapadatként, tehát először egy 90°-os középponti szögű modellt (3. ábra) kellett definiálni a talaj szivárgási tényezőjének kalibrálása céljából. Rendelkezésre állt permanens állapotban a kút vízhozama és a kialakult felszín görbe, valamint ismert volt a fizikai modell geometriája és működése. Ismert volt továbbá a Dupuit módszerrel meghatározott szivárgási tényező is, ami nagyságrendi kiindulásnak volt jó az érzékenységvizsgálat során. Tisztában kell lennünk azzal, hogy a fizikai modell eredménye csak nagyságrendileg fog egyezni a numerikus modell eredményeivel, melynek számos oka van. Ki kell emelni, hogy a valóságban nem lehet tökéletesen szűrőzött kút létrehozni, emellett a kút helye sem annyira konkrét, mint egy numerikus modellben, ebből következően a kút környezetében kialakuló viszonyok (járulékos nyomásvesztések) tisztázatlanok.

A modellek felépítése a rácsháló definiálásával kezdődött. A rácsháló kiosztásakor figyelembe vettük a kútátmérőt (10 mm), az észlelő kutak távolságát, és azt, hogy a kút környezetében nagy gradiensekre kell számítani. Azt is figyelembe vettük, hogy a vizsgált problémakörben várhatóan igen kis különbségek fognak adódni. Kis eltéréseket úgy mutathatunk ki különböző modellváltozatok között, ha a modellalkotásnál a numerikus hibát minimalizáljuk, illetve törekszünk arra, hogy a különböző modellváltozatok esetében a számítási hiba analóg helyeken ugyanolyan mértékben jelentkezzen. Ezt úgy érhetjük el, hogy az összehasonlítani kívánt modelleket azonos módon definiáljuk, különös tekintettel a rácsháló kiosztására. Számos futtatást követően végül az alábbi rácsháló mellett döntöttünk (3. ábra).

A kút környezetében egy cella mérete 0,65 x 0,65 cm, máshol 1,3 x 1,3 cm. A sűrítés mértékének meghatározásakor figyelembe vettem, hogy a szomszédos cellaméretek között nagy méretkülönbség adódik, akkor a numerikus hiba növekedhet. Ennek elkerülése érdekében az átmenet nem egy, hanem hat lépésben, fokozatosan megy végbe; a sűrítésnél arra is tekintettel voltam, hogy a modell pereme felé közelítve kialakuló téglalap alakú cellák oldalainak arány ne legyen kisebb 1:2-nél.

Meg kell említeni, hogy minden szimuláció után ellenőriztük a vízmérleget, akkor fogadtunk el egy szimulációt helyesnek, ha a vízmérleg legalább 5%-os pontossággal megfelelt.



3. ábra. Modflow rácsháló 90°-os középponti szög esetén; a zöld szín az inaktív cellákat jelöli (tulajdonképpen a modell határát), míg fehér szín a számításba bevont aktív cellákat jelenti.

Az érzékenységvizsgálat során a szivárgási tényezőt változtattuk, majd vizsgáltuk az ennek hatására bekövetkező felszín görbe változásokat és az illeszkedést a mért görbére. A következő statisztikai paramétereket vettük figyelembe:

- Abszolút hiba

$$\Delta h = \frac{\sum_{i=1}^n |y_{i,Mért} - y_{i,Számított}|}{n} \quad (4)$$

- RMS (Root main squared error), átlagos négyzetes hiba gyöke,

$$RMS = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_{i,Mért} - y_{i,Számított})^2}}{n} \quad (5)$$

ahol:

$y_{i,mért}$ – leszívás a kútban [m],

$y_{i,számított}$ – szivárgási tényező [m/s],

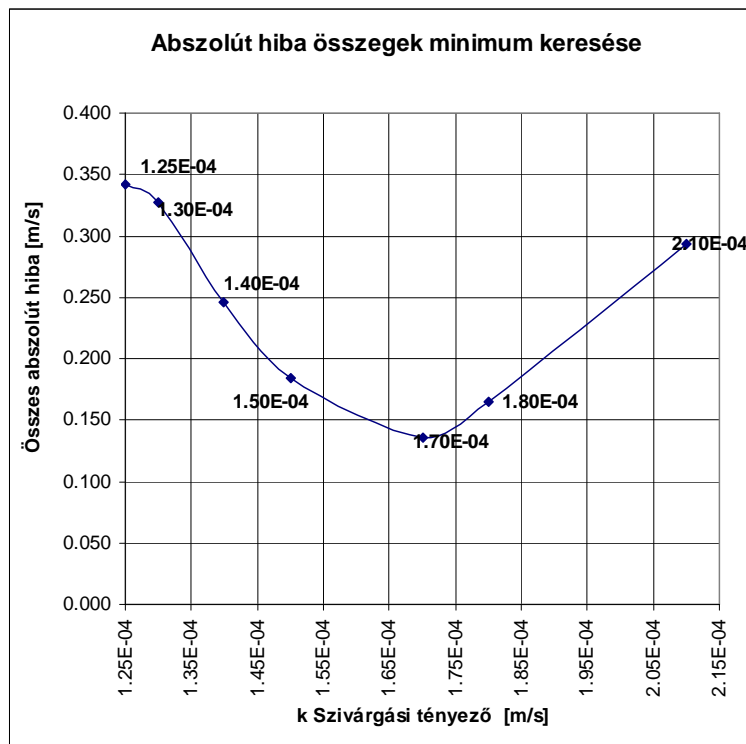
n – figyelembe vett mérési adatok száma (esetünkben $n = 10$)

Az RMS a vizsgált adatsorok közötti jellemző hibára mutat rá, a négyzetösszegek miatt egy kiugró elem jobban befolyásolja értékét, mint az abszolút hiba esetében.

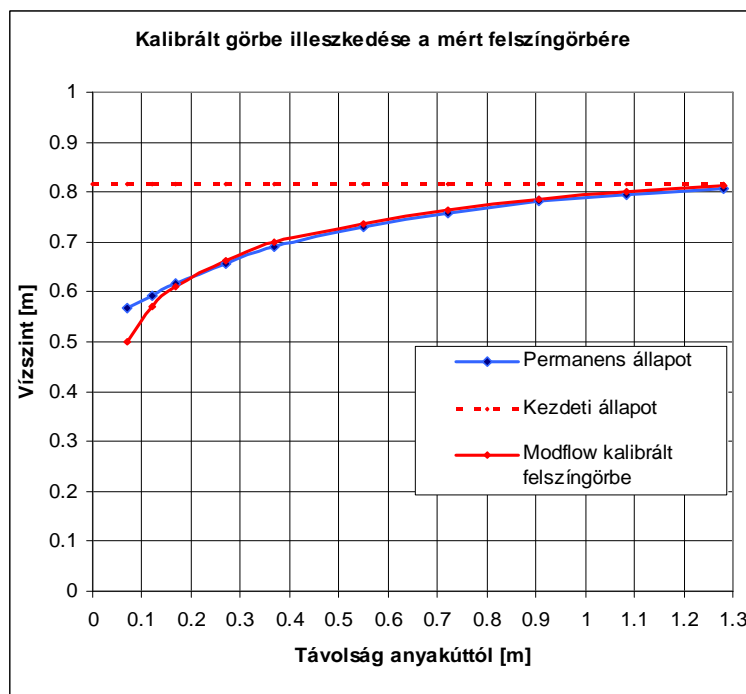
A 5. ábra alapján látható, hogy a szivárgási tényező változására hogyan alakult az abszolút hibák összege. A fenti grafikon irányadó volt a szivárgási tényező megválasztásánál, de figyelembe vettük az RMS értékeit, valamint az adott felszín görbe illeszkedését a mért görbére. Nem hagyatkozhattunk csak egy statisztikai paraméterre, például az RMS adatokra, hiszen a kút közelében elhelyezkedő mérőpontokon nagy eltéréseket tapasztaltunk. Egy-egy kiugró érték ugyan nem jellemzi a teljes felszín görbét, de az RMS értékét nagymértékben eltorzítják, a többi pont illeszkedésének pontossága háttérbe szorul.

Amennyiben úgy számolunk RMS értéket, hogy a kúthoz legközelebbi két mérési pontot nem vesszük figyelembe (a kúttól 7 cm, illetve 12 cm távolságra), akkor kimutatható az RMS minimuma is (RMS=4,43%) $k = 1,7 \cdot 10^{-4}$ m/s-os szivárgási tényező értéknél. A fenti gondolatmenetet követve, és a felszín görbék illeszkedését figyelve fogadtuk el a fenti értéket.

A 5. ábra a modellkísérletekből, valamint a Modflow szimulációkból adódott felszín görbék illeszkedését szemlélteti.



5. ábra. Szivárgási tényező változtatásának hatása a hiba alakulására



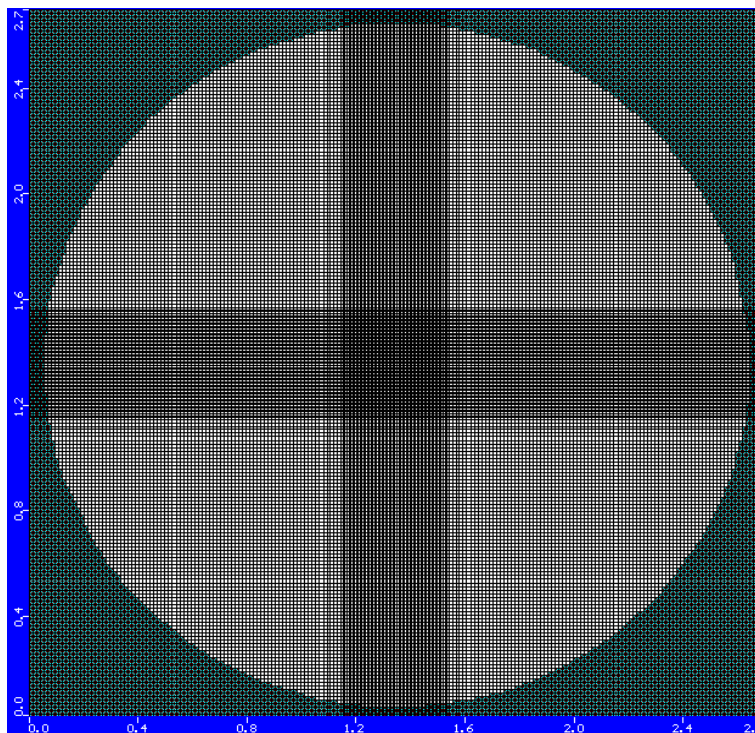
5. ábra. Kalibrált felszín görbe illeszkedése a fizikai modellben észlelt görbére

5.1.2 A középponti szög módosításának hatásai a Modflow szimulációkban

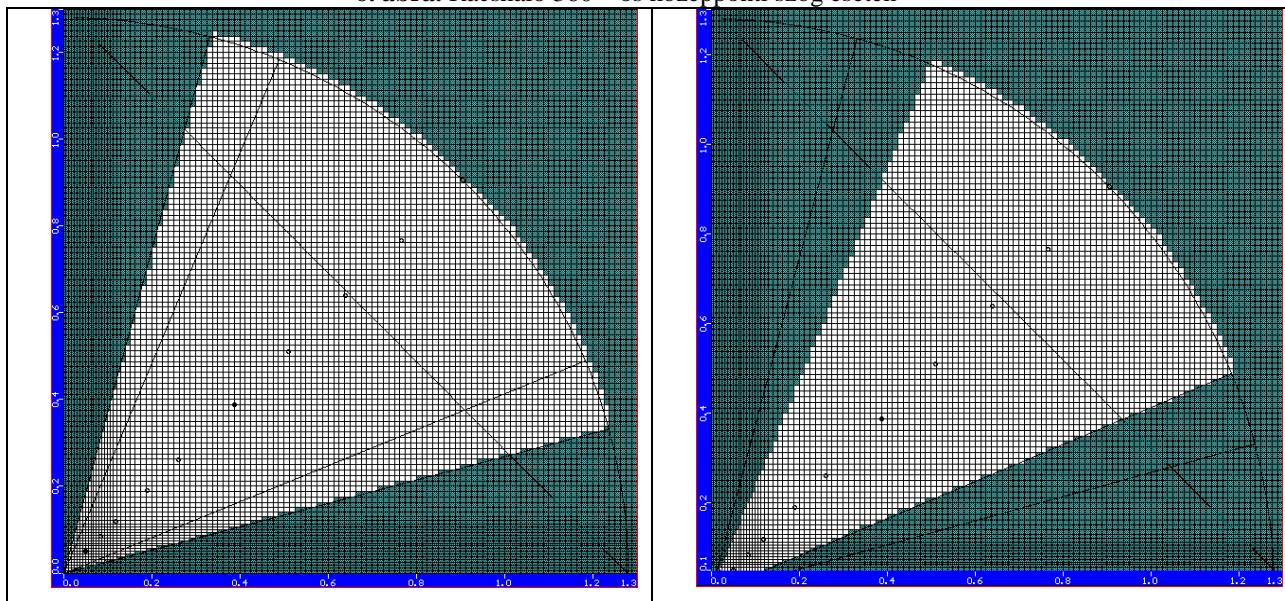
Az előző fejezetben tárgyaltuk a kiindulási adatokat, a 90°-os középponti szögű kör alapterületű modellt, az ehhez tartozó rácshálót. Bemutattuk továbbá a modell érzékenységét a szivárgási tényezőre,

majd ez alapján kalibráltuk. A következőkben bemutatjuk a többi felépített változatot, hogyan mutat az analóg rácsháló 360° , 60° és 45° -os középponti szög esetén (6. ábra).

A kezdeti futtatásoknál azzal szembesültünk, hogy száraz cellák alakultak ki a szívott kút környezetében. Ezt a kút definiálásánál úgy kezeltük, hogy a kút melletti celláknál a lehető legnagyobb szívárgási tényezőt adtam meg, így gyakorlatilag a kútátmérőt növeltem (a fizikai modellhez képest 20%-os különbség adódott).



6. ábra. Rácsháló 360° -os középponti szög esetén



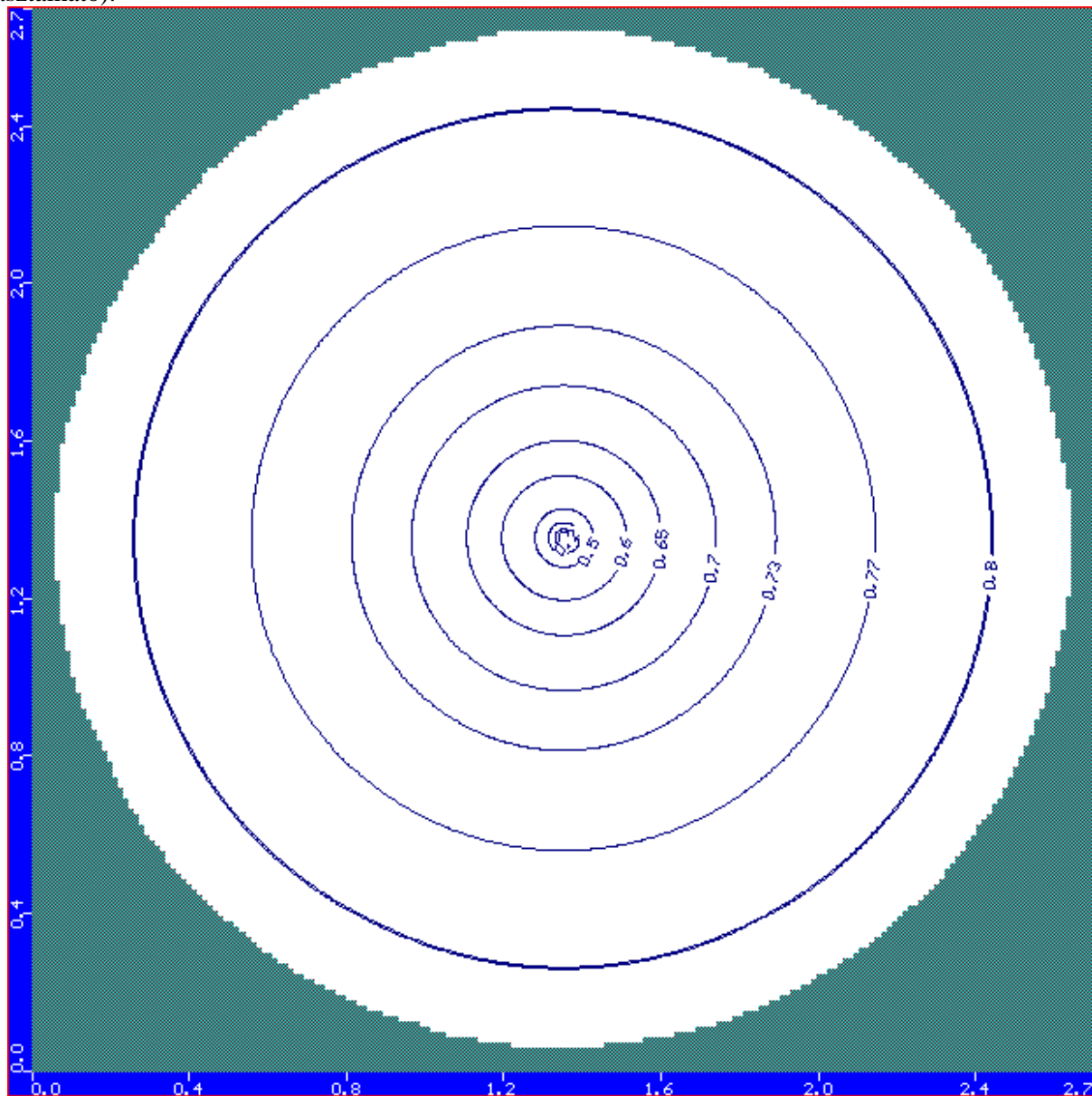
7. ábra. Modflow raszter 60° -os és 45° -os középponti szög esetén

A fent bemutatott raszterek tehát azonos kiosztásúak. A 45° -os középponti szög esetén jól látszik a raszterháló egy másik hátránya, hogy korlátozottan képes igazodni szabálytalan geometriához, görbe vonalakhoz stb.

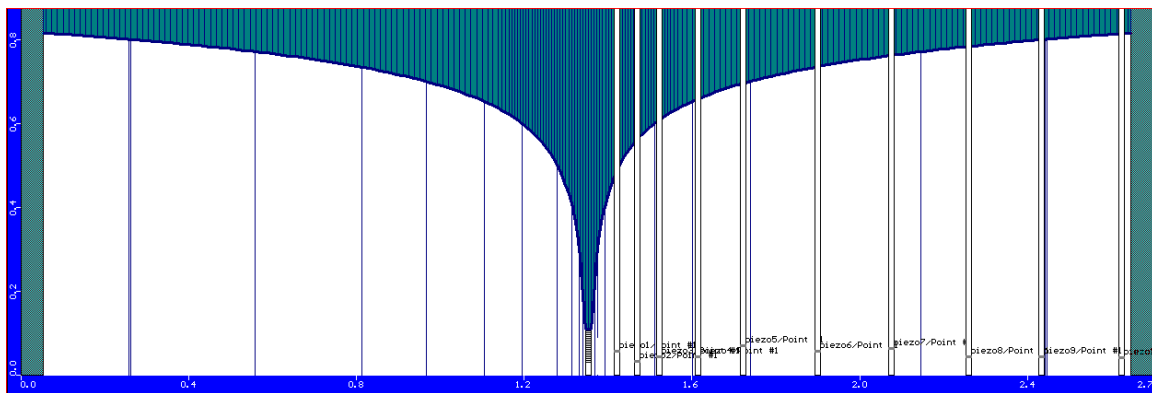
A 7. és 8. ábrán a modflow szimulációk végeredményét láthatjuk, felülnézeti ill. keresztmetszeti ábrázolásban.

A 10. ábrán láthatjuk, hogy jelentős változások nem adódtak a különböző modellek eredményei között. Mivel az eltérésekben nem fedezhető fel rendszer, ezért a numerikus hiba eredményének tulajdoníthatjuk. A szűkített középponti szögű modellekben, a falak környezetében a négyszög-cellák miatt kissé torzult viszonyok alakulnak ki. A modell szerint az ármavonalak követik a fal törtvonalát, a ha-

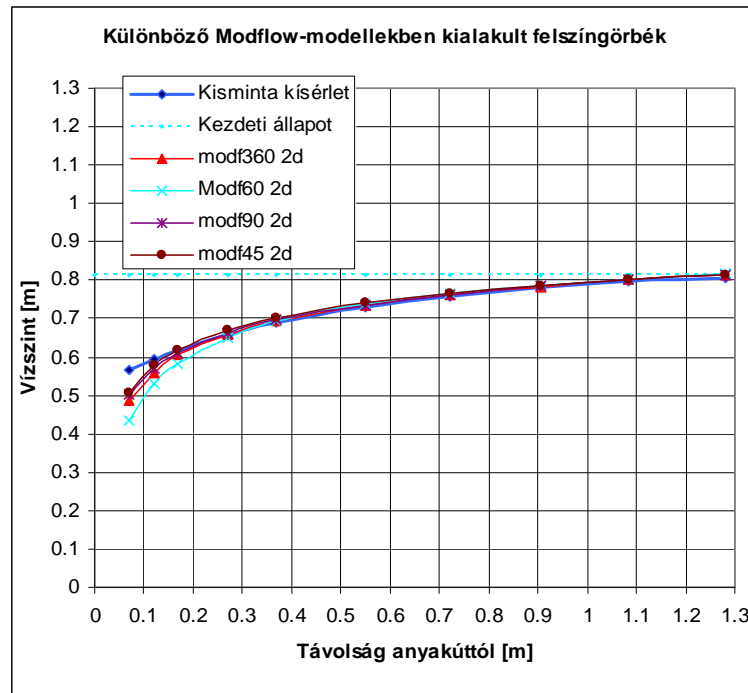
tás azonban a teljes modell kiértékelése szempontjából nem jelentős (a határoknál 15 mm-en belül tapasztalható).



8. ábra. Modflow szimuláció eredménye felülnézetben, a színezés mellett néhány szintvonal szemlélteti a felszín görbét



9. ábra. A fenti futtatáshoz tartozó keresztmetszet (jobb oldalon az észlelőkutak láthatók)



10. ábra. Középponti szög módosításának hatása Modflow modellek szerint

5.2 Feflow környezet

A Feflow szoftver egy a véges-elem elven működő szivárgáshidraulikai modellező program, mely számos funkcióval rendelkezik, a talajvízáramlás két- és háromdimenziós, permanens és nempermanens modellezése mellett alkalmas anyagtranszport valamint hőtranszport modellezésre porózus közegben.

Talajvízmozgást modellezése ebben az esetben is a szivárgás alapegyenlete (1) alapján történik, ahol az egyenleteket a program végeselem-módszerrel oldja meg. A Modflow szoftverrel ellentétben ez egy teljesen integrált szimulációs csomag, nem külön modulokból tevődik össze. A véges-elem módszernek köszönhetően a számítási háló bármilyen alakú lehet, általában a háromszögháló alkalmazása célszerű. A geometria könnyen importálható fájlból vagy akár aktív háttérkép segítségével szerkeszthető. A geometria elkészülte után a számítási háló generálása következik, melyre több algoritmust is igénybe vehetünk. A generált hálót szerkeszthetjük, igény szerint sűrűsíthetjük, ritkíthatjuk. A készített hálóról diagnosztikát lehet lekérni, ami rámutat azokra a helyekre, ahol a hálógeometria miatt később numerikus instabilitás léphet fel. Lehetőség van számítási háló importálására is.

Definiálnunk kell két- vagy háromdimenziós modellt szeretnénk felépíteni, háromdimenziós modell esetén a rétegek számát és vastagságát is meg kell adnunk. Ezután meg kell adni a modell hidraulikai paramétereit, a peremfeltételeket, egyszerűen definiálni kell a problémát.

A futtatás után az eredmények feldolgozása elkezdődhet a program saját felületén, vagy van lehetőségünk az eredmények exportálására is. Az eredmények feldolgozásánál lehetőségünk van a legkülönbözőbb vizualizációkra, metszetek rajzolására, térrészek kivágására, és bármilyen adat exportálására számos formátumban.

5.2.1 Háromszögháló generálása

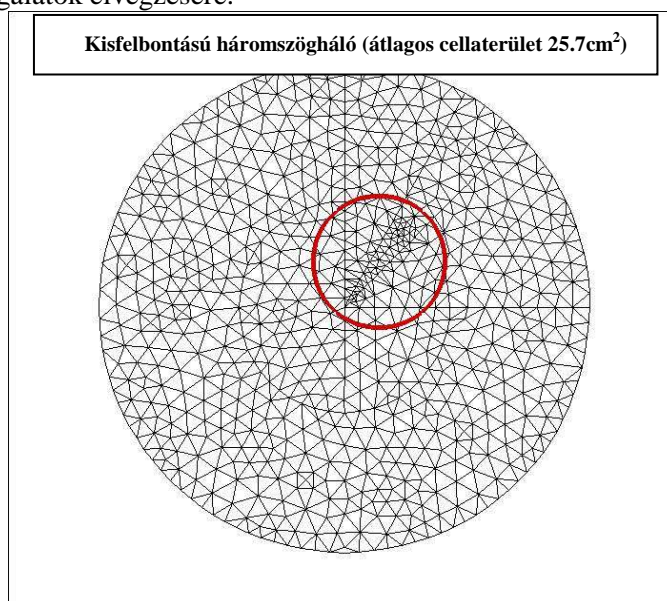
Minden modellezési feladat esetében más-más szempontokat kell figyelembe venni a számítási háló elkészítésénél. Általános azonban, hogy a túlzottan kis felbontású számítási hálóval a számítás kívánt pontossága nem elérhető el, míg indokolatlanul sűrű háló esetében a számítási igény, így a számítási idő is exponenciálisan növekszik, miközben a számítás pontossága már csak elhanyagolható mértékben javul. Előfordulnak olyan esetek, mikor a modell különböző részein eltérő sűrűségű hálókiosztás szükséges. Az előbbieket miatt lehetőség van a háló lokális sűrűtésére olyan területeken, ahol viszonylag kis helyen nagy változásokat várunk a számítás eredményében (esetünkben felszíngörbe nagy gradiense kút környezetében), illetve ahol jobb közelítésre van szükségünk.

Esetünkben a háló sűrűségének meghatározására érzékenység vizsgálat mellett irányadó volt a szívott kút környezetében lévő észlelő kutak egymástól való távolsága. Minden észlelőkút helyére csomópont-

tot kell helyezni, ez egy bizonyos felbontás alatt a kutak közelsége miatt az alkalmazott algoritmusok csak aránytalan formájú háromszögekkel tudták megoldani, ezenkívül a háló nem lenne egyenletes (szomszédos cellaterületek aránya kisebb 1:2-nél), ami a numerikus stabilitás rovására menne.

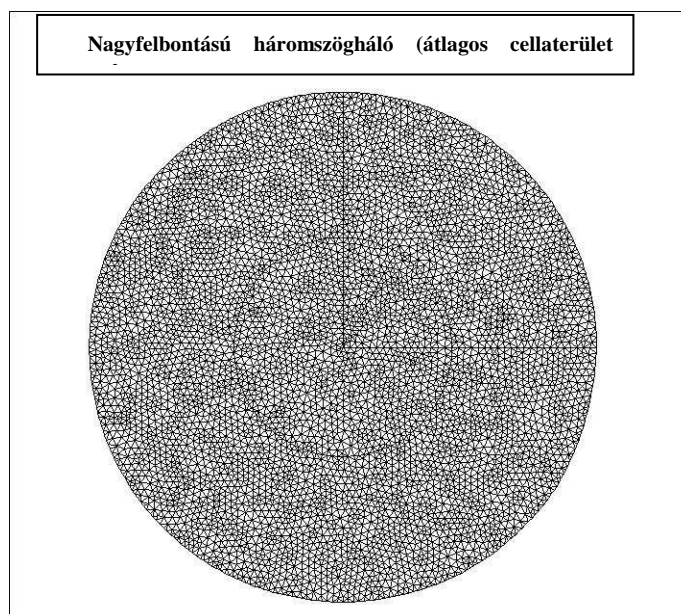
Tehát a háló minimális felbontását az észlelő kutak távolsága határozza meg, míg felbontás számítási pontossága szempontjából szükséges hálósűrűséget érzékenységvizsgálattal határoztuk meg. Az érzékenységvizsgálat alatt számos változat készült, ebből a következőket mutatjuk be.

A minimális felbontású (a geometria követeli meg), egyenletes hálókiosztással generált háromszög hálózat a 11. ábrán látható. Durva hálókiosztás esetében 2000 darab cellát hoztunk létre, így egy háromszög területe átlagosan $25\text{-}26\text{ cm}^2$ -re adódott. Különösen durvának bizonyult a felbontás a kút környezetében. Megfigyelhetünk számos – észlelőkutak közelsége miatt létrejött – aránytalan cellát, továbbá a szomszédos cellák területarányai sem adódnak minden esetben megfelelően. Ez a sűrűségű háló nem megfelelő a kívánt vizsgálatok elvégzésére.



11. ábra. Példa egy túlzottan kis felbontású hálóra

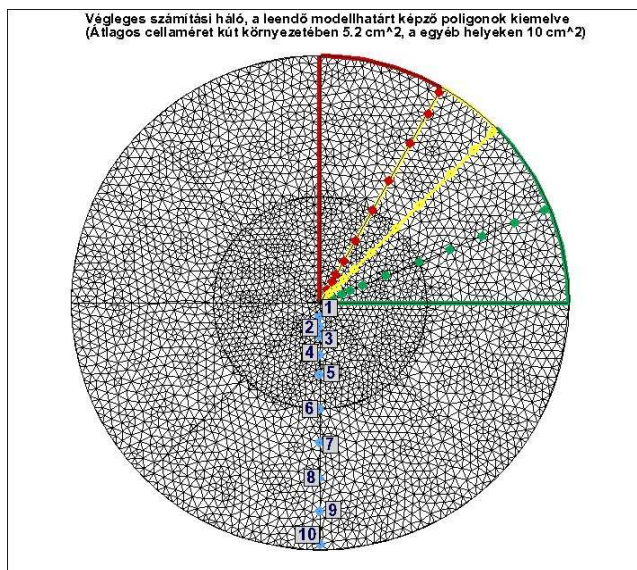
Finom hálókiosztásnál (12. ábra) számítási idő érzékelhetően megnövekedett, de így is egy percn belül futott a szimuláció. Ennek a számítási hálónak az elégségességét az bizonyítja, hogy kisebb cellaméretű esetekben nem adódtak számottevő különbségek a számítási eredményekben, tehát a szükséges számítási pontosságot elértük. A korábbi futtatások alapján ezek a kis cellaméretű feleslegesnek bizonyulnak a modell peremén, ahol a felszíngörbe gradiense kisebb volt, ezért létrehoztuk egy újabb számítási hálót.



12. ábra. Nagyfelbontású háromszögháló.

Az anyakút környezetében indokolt, máshol indokolatlan hálósűrűség.

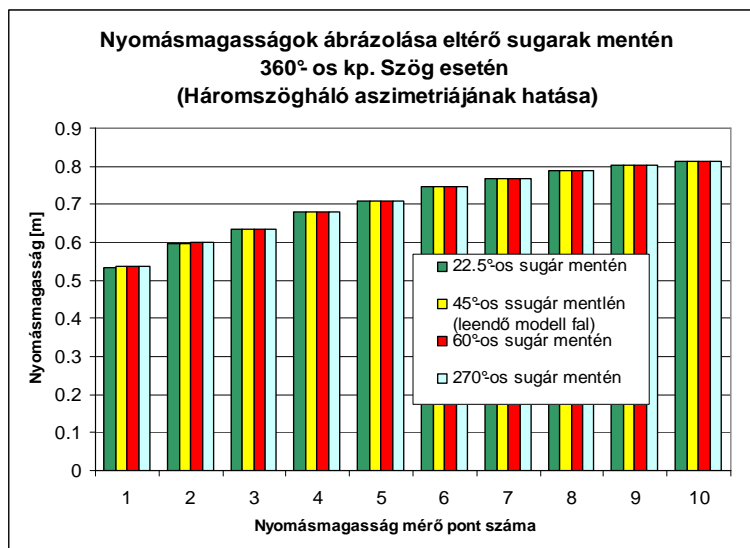
A végleges számítási háló, a kút környezetében lokális sűrítéssel (13. ábra) egy ésszerű kompromisszum, a kút környezetében a hálókiosztás a fent említett finom felbontással egyezik meg, míg a modell peremén nagyobb cellákat generáltunk így elérve mindenhol a szükséges számítási pontosságot. Számítási eredménye nem tér el a finom felbontástól, de a számítási igény kisebb. Hálósűrítés esetén alapszabálynak tekinthető, hogy ne legyenek nagy ugrások a szomszédos cellák méretei között, mert numerikus instabilitáshoz vezethet. Jelen esetben a cellaterületek közti arány sehol sem kisebb 1:2-nél, ez általában megfelelőnek bizonyul.



13. ábra. Végleges számítási háló, a háló egységeit poligonokkal határoltuk.
A pontok észlelőkutak helyét jelölik.

Tehát a különböző sűrűségű hálók között tapasztalható volt a szimulációs időigény és a számítási pontosság változása is. Annak érdekében, hogy a numerikus hibából eredő eltéréseket kizárjuk, az összehasonlítani kívánt változatokat azonos háromszöghálóval futtattuk. A 13. ábra szemlélteti azokat az egységeket, melyek minden változatban azonos kiosztással vannak jelen.

Mindenekelőtt arról bizonyosodtunk meg, hogy a háromszögháló aszimmetriájából nem adódik numerikus hiba. Ezt a következőképpen vizsgáltuk: három észlelőkút-csoportot helyeztünk el a kismintával analóg módon sugárirányban a háló geometria figyelembevételével (14. ábra). Az észlelő kutak vízszintjeiből három felszín görbe adódott, melyeknek illeszkedniük kell egymásra, amennyiben eltérés fedezhető fel, az aszimmetria hatására keletkező numerikus hiba miatt van. A vizsgálat eredményét oszlopdiagramokkal szemléltetjük, ahol a megfelelő mérési pontok vízszintjeit hasonlítjuk össze. A 22.5° -os sugár mentén telepített észlelő kutakat azért definiáltuk, mert a későbbi futtatások mindegyikében szerepelni fog, 45° -os és a 60° -os sugár mentén leendő modellváltozatok határa fog húzódní, a 270° -os sugár csak a teljes kör alapú modellben szerepel. A legnagyobb eltérés a megfelelő pontok $0,1\%$ -on belül, van, tehát a háló-aszimmetriának hatása elhanyagolható (14. ábra).



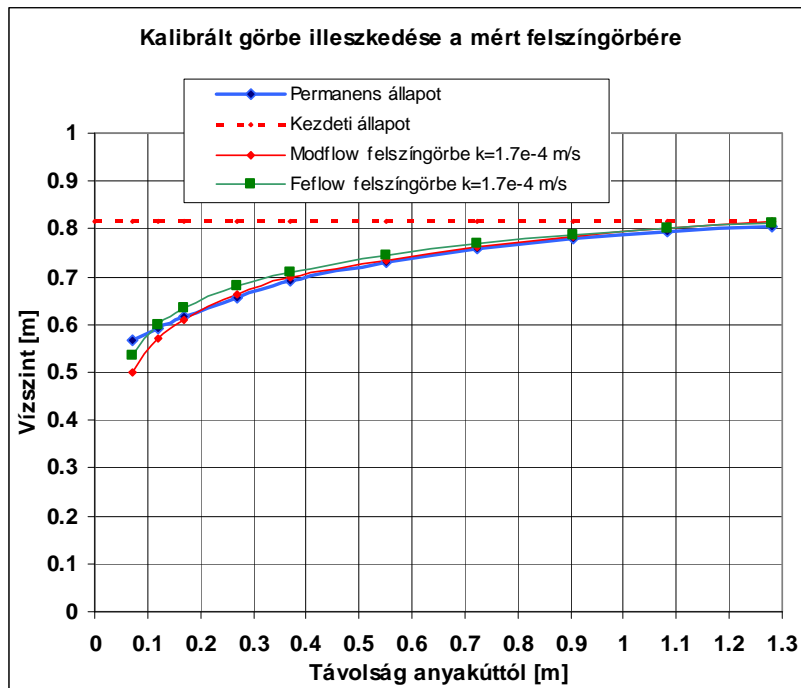
14. ábra. Háló-aszimmetria hatása a számítás pontosságára

5.2.2 Középponti szög módosításának hatásai Feflow szimulációkban

A modellalkotásnál a következő bemenő adatokat használtuk:

- Kút vízhozam kisminta kísérletek alapján $Q = 1,725 \text{ m}^3/\text{d}$ (90° -os kp. szög esetén),
- Szivárgási tényező Modflow szimuláció alapján $k = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$,
- Állandó vízszint a modell pereme mentén $0,815 \text{ m}$ (kisminta alapján).

A 15. ábra alapján láthatjuk, hogy a számított felszín görbe illeszkedése kielégítő a Modflow modellhez, illetve a kisminta kísérletekhez képest.



15. ábra. Felszín görbék illeszkedése: Modflow szimuláció, Feflow szimuláció, fizikai modell mérései alapján

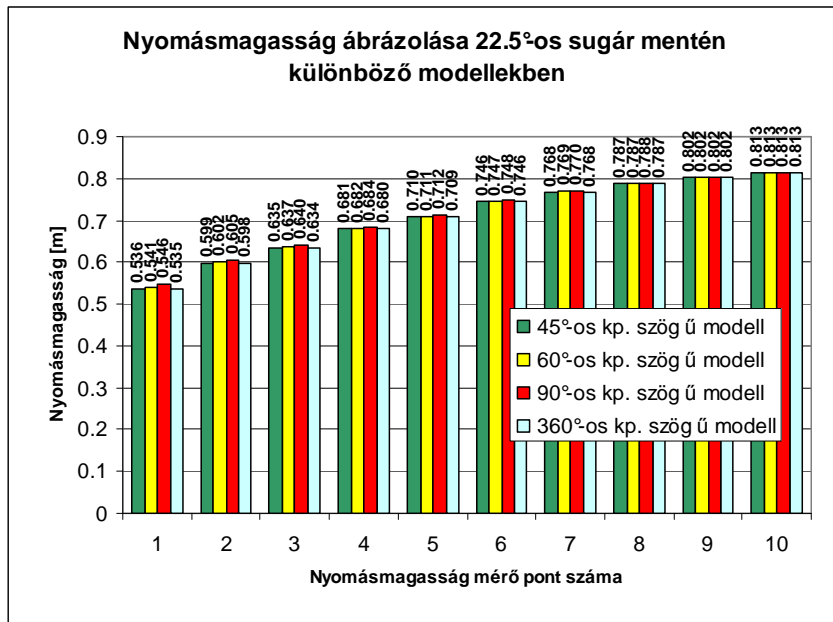
Meg kell jegyezni, hogy itt is megfigyelhető a kút környezetében tapasztalt eltérés a fizikai modell méréseihez képest.

A középponti szög csökkenésének hatásvizsgálata a következőképpen zajlott: a fent bemutatott háromszögháló egységeiből előállítható az összes vizsgálni kívánt modell (360° -os, 90° -os, 60° -os és 45° -os középponti szög esetei). A kút vízhozamát a kisminta kísérletek alapján állítottuk be, majd a modelltér szűkítésénél a középponti szögek arányában csökkentettük, így rendre a következő vízhozamokat állítottuk be: $6,9 \text{ m}^3/\text{d}$, $1,725 \text{ m}^3/\text{d}$, $1,115 \text{ m}^3/\text{d}$ és $0,865 \text{ m}^3/\text{d}$. A számított eredmények közül a következők alapján végeztünk összehasonlítást.

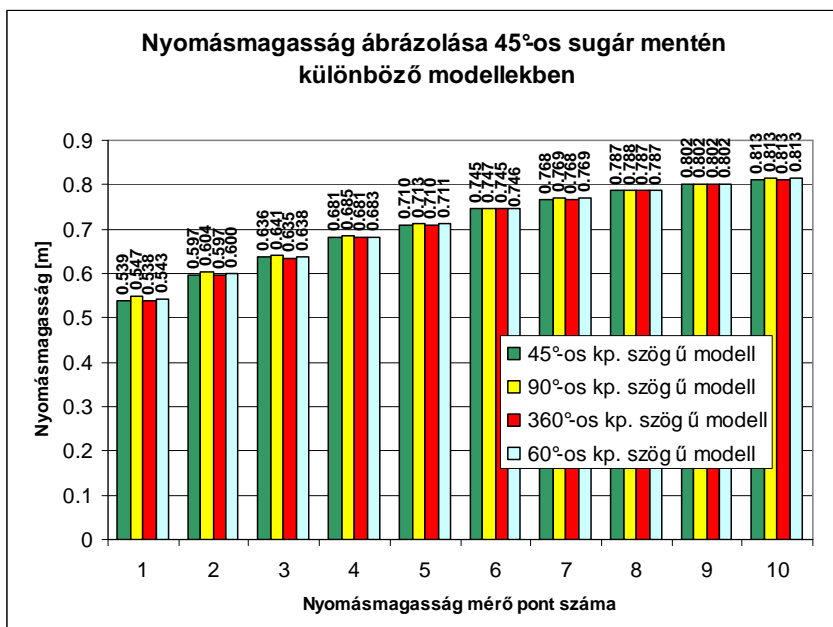
Különböző sugarak mentén elhelyezett észlelőkút-csoportok vízszintjeinek nyomon követése, különös tekintettel azokra, melyek valamely szűkített középponti szög esetén a modellváltozatok peremén találhatóak (45° , 60° -os sugár mentén). Az előbbieket egy modellen belül és a különböző változatok között is vizsgáltuk. Egymásnak megfelelő helyen felvett metszetek is vizsgáltunk a különböző modellek között.

Ebben az esetben is oszlopdigramokon szemléltetjük a megfelelő észlelő kutakban kiszámított vízszintet a kicsiny különbségek bemutatása céljából. A leszívási görbék egymásra illesztésével a különbségek nem lennének érzékelhetők.

A 16. ábraákon láthatjuk, hogy igen kicsiny különbségek adódtak (maximum 2%) a vizsgált észlelő kutak között. Ez ugyan több mint a háló aszimmetriájából fakadó eltérés, de még mindig elenyészőnek tekinthetjük. Az eltérésekben a szívott kúthoz közeledve egyre inkább jelentkeznek. Ez várható volt, hiszen ezen a területen a egyre növekszenek a sebességek, ez a modell legérzékenyebb része. Ezen kívül semmiféle rendszer vagy szabályszerűség nem fedezhető fel az eltérésekben.



16. ábra. 22.5°-os sugár mentén futó észlelő kutak vízszintjeinek összehasonlítása a vizsgált modellváltozatokban



17. ábra: 45°-os sugár mentén futó észlelőkutak vízszintjeinek összehasonlítása a vizsgált modellváltozatokban

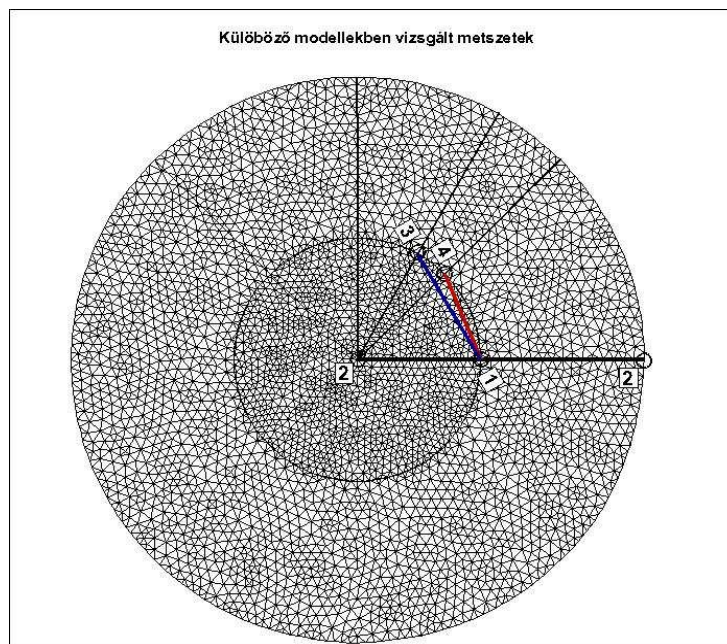
Hasonló megállapításokat tehetünk az alábbi metszetek vizsgálatakor különböző modellekben (18. ábra). Mindegyik esetben van összehasonlítási alap a többi modellel. A 3-1 és 4-1 metszetek az adott sugárra merőlegesek, keresztmetszetek. A 2-2 metszet gyakorlatilag a kialakult leszívási görbék illeszkedését demonstrálja. A 3-1 és 4-1 metszetek különösen informatívak lehetnek, hiszen egyes modellekben teljes keresztmetszetet jelölnek (faltól-falig tartanak), más modellekben csupán egy kivágott szelvényt jelentenek.

A 3-1 metszet (19. ábra) a 45°-os modell kívül minden modellváltozatban értelmezhető. A 3-1 metszethez hasonlóan az illeszkedés pontossága milliméteres nagyságrendű, a 90°-os és a 360°-os modellekből exportált metszetek szinte tökéletesen illeszkednek egymásra.

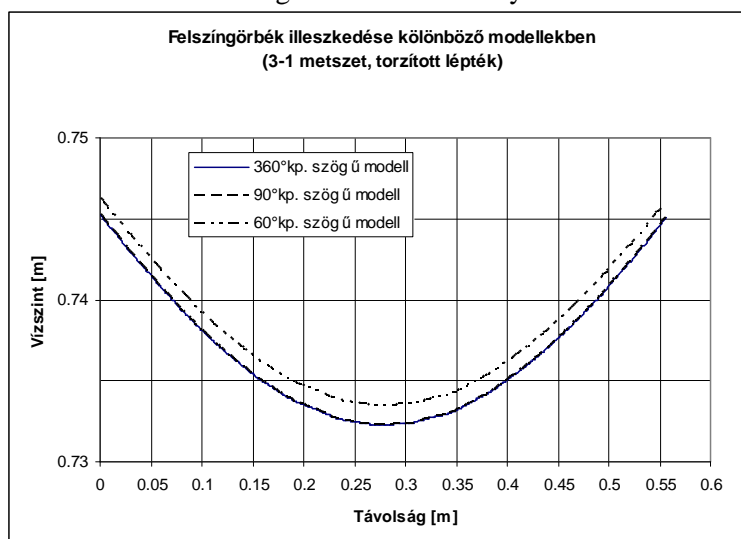
A 4-1 metszet (20. ábra) megtalálhatóak mindegyik modellváltozatban ezek ábrázolásán láthatjuk, hogy a kapott görbék jellegükben egyáltalán, értékeikben pedig minimálisan térnek el egymástól (maximális eltérés 1 mm).

A 2-2 metszet esetében a leszívási görbék tökéletesen illeszkednek egymásra (21. ábra).

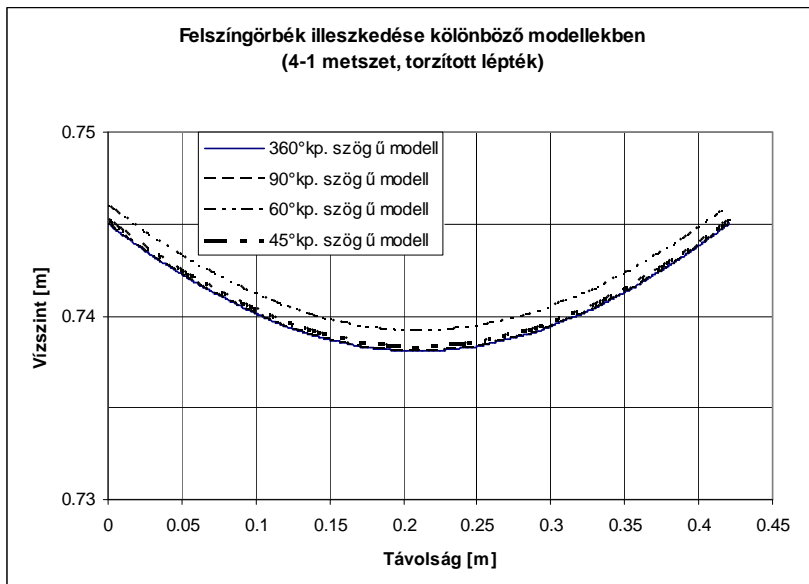
A fenti vizsgálat eredményei tehát azt támasztják alá, hogy a numerikus modellek szerint a közép-ponti szög szűkítésének, a modell térbe bekerül falának nincs hatása a számítás végeredményére. A szoftverek számítási mechanizmusa ismeretében el tudjuk fogadni az eredményt.



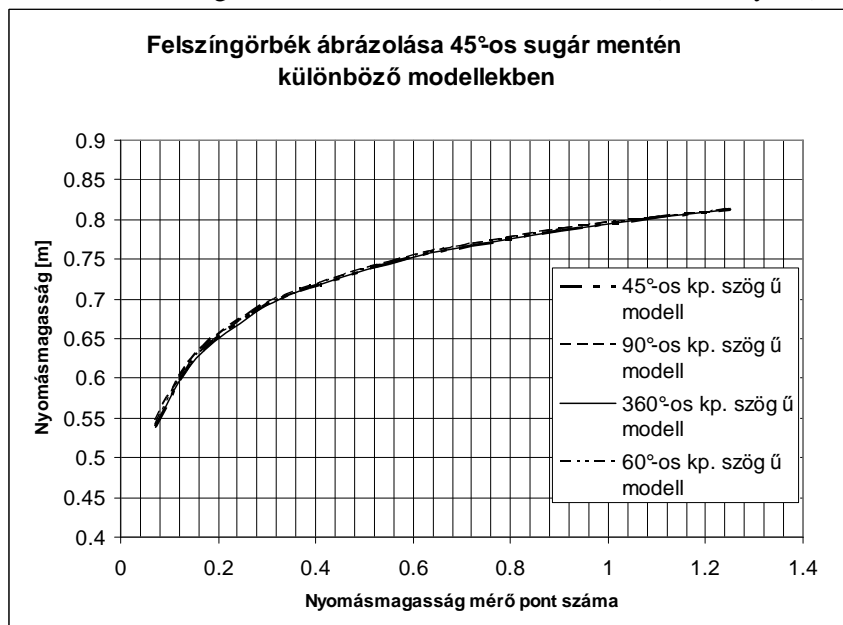
18. ábra. Vizsgált metszetek elhelyezkedése



19. ábra. Felszín görbe metszeteinek összehasonlítása (3-1 irányban)



20. ábra. Felszín görbe metszeteinek összehasonlítása (4-1 irányban)



21. ábra. 2-2 Metszet alakulása különböző modellekben, gyakorlatilag teljes illeszkedés figyelhető meg

6 EREDMÉNYEK ÖSSZEGZÉSE

A numerikus modellek egyértelműen rámutattak, hogy a fizikai modell középponti szög szűkítésének nincs hatása a szivárgásra. A modellek szerint a sugárirányú falak mentén áramvonalak futnak, az áramlás útjában akadály nincs. Az adódott hibákat egyértelműen numerikus hibának tekinthetjük.

Az azonban feltételezhető, hogy a valóságban nem csak a numerikus modellekben figyelembe vett törvények működnek, hiszen a fal érdessége, a talaj tulajdonságai és a benne kialakult szivárgási sebességek függvényében a fal környezetében eltérő áramlási viszonyok, más sebességek alakulhatnak ki. Előfordulhat, hogy a fal környezetében kisebb ellenállással megy végbe a szivárgás, ebben az esetben kimosódásra kerülhet sor.

Ezek alapján tehát bármely fent bemutatott numerikus modellt összehasonlítva a kismintával a középponti szög szűkítésének hatását is természetesen egyéb bizonytalansági tényezőkkel összegezve nyomon követhetjük. A modellekben számított felszín görbék jó illeszkedése a fizikai modell görbéjére arra enged következtetni, hogy a középponti szög szűkítése és az összes egyéb pontatlanság egybevéve elhanyagolható hibát okoz, ebből kifolyólag gyakorlati szempontból nincs jelentősége.

A felépített modellek alapján kijelenthetjük, hogy a fizikai modell geometriai sajátossága nem befolyásolja a benne végzett kísérletek pontosságát, körhenger alakú, hengerszimmetrikus modellként viselkedik. Helyesebben egyéb bizonytalansági tényezők, mint a kút kialakítása, a piezocsövek érzékenysége dugulásra, a talaj feltöltésének tökéletlensége, a legnagyobb építési gondosság mellett is vélhetően lényegesen nagyobb eltérést okoznak a geometriánál. Ezen a hibák, eltérések kicsinyek, a fizikai modell megbízható eredményeket ad.

A kismintával kapcsolatos további numerikus vizsgálatokhoz egyértelműen a Feflow szoftvert tartjuk alkalmasabbnak, elsősorban rugalmas számítási háló kialakíthatósága miatt.

IRODALOMJEGYZÉK

- Barta E., Veczán É. 2011: Szivárgási tényező kísérleti meghatározása különféle talajoknál. TDK dolgozat, BME Vízépítőmérnöki Szekció, 60 old.
- Kovács Gy. 1972: *A szivárgás hidraulikája*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1-535.
- Németh, E. 1963: *Hidromechanika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1-883.
- Öllös G. 1970: *Kúthidraulika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1-209.
- Sichardt, W. 1927: Die Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, insbesondere für größere Absenkungstiefen. Dissertation TH Berlin, Berlin.
- Strzodka, K. 1975: *Hydrotechnik im Bergbau und Bauwesen*. VEB Deutscher verlag, Leipzig.
- Ubell K. 1958: Az elméleti kúzhidraulika módszerinek gyakorlati alkalmazása. *Vízügyi Közlemények*, 1958/3, 306-333.
- Wasy Software 2002: Feflow White papers. Wasy GmbH. Berlin.
- Waterloo Hydrogeologic Inc. 1999: User's Manual for Visual MODFLOW. Waterloo, Canada, 1-280.
- Weber, H. 1928: *Die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen*. Springer Verlag, Berlin.

