# Feszültségpályától függő rugalmas – képlékeny anyagmodell

Marta Doležalova

Dolexpert-Geotechnika, Prague, Czech Republic, dolexpert@volny.cz

**ÖSSZEFOGLALÁS**: A cikk egy kombinált, pályától függő, rugalmas-képlékeny anyagmodell leírását tartalmazza, amely talajok és alacsony szilárdságú kőzetek modellezésére alkalmas. A modell a törés alatti tartományban nemlineárisan rugalmas, míg a törési, valamint a törést követő szakaszban, képlékeny vagy viszkózusan képlékeny. A cikkben az anyagmodellnek a pályától függő nemlineáris részével foglalkozunk részletesebben, amely a modellparamétereknek a helyszíni mérésekhez való illesztését és így geotechnikai szerkezeteknek méréshez illeszkedő modellezését teszi lehetővé. A modell helyszíni mérésekből levezetett alakváltozási és feszültségi pályákra és azoknak triaxiális kísérletekkel történt értelmezésére alapul. Leírásra kerülnek a feszültség-pályacsoportok, továbbá azok a feltételek és összefüggések, amelyek segítségével a hagyományos rugalmassági paraméterek növekményes érintő értékeit ( $E_t$ ,  $v_t$ ) lehet meghatározni. Említés történik a modellnek a gátépítésben, alagútépítésben és bányászatban történt eddigi alkalmazásáról, továbbá bemutatásra kerül egy betongát és egy kutató táró méréshez illeszkedő véges-elemes modellezésének néhány eredménye.

*Kulcsszavak*: anyagmodell, rugalmas-képlékeny, feszültségpálya csoport, paraméter, végeselem, alkalmazás

# 1 BEVEZETÉS

A talajok és kőzetek viselkedése komplex, leírásuk adatigényes és ezért a geotechnikai feladatok megoldásánál gyakran lép fel adathiány. Minél tökéletesebb egy anyagmodell, annál több adatra van szüksége, s ez feltehetően hozzájárul ahhoz, hogy kevés élenjáró anyagmodell kerül szélesebb körű gyakorlati alkalmazásra.

Ugyanakkor a nagy mérnöki létesítmények kutatása, építése és üzemeltetése során nagymennyiségű mérési adat kerül regisztrálásra és felgyűjtésre. Ezek az adatok nem csak a szerkezet viselkedéséről nyújtanak információt, hanem az azt formáló anyagok tulajdonságairól is. A mérési adatok értelmezését viszont nehezíti az a körülmény, hogy az építmények és kőzetkörnyezetük in situ feszültségállapota az építés és üzemeltetés menetétől függően komplex és - a laboratóriumi vizsgálatoktól eltérően - ismeretlen. Ezért többnyire csak a mérések idősora van kiértékelve, míg a méréseredmények szélesebb körű kihasználása figyelmen kívül marad.

A numerikus modellezésnek az elmúlt évtizedekben történt gyors fejlődése új lehetőségeket kínál a probléma megoldására. Megfelelő numerikus programok, amelyek az iterációs módszerek alkalmazásával nagyméretű, nemlineáris egyenletrendszerek gyors és hatékony megoldására képesek, lehetőséget nyújtanak nagy mérnöki létesítmények térbeli modelljeinek kidolgozására és azok effektív megoldására. Az eredeti tervek és leltári dokumentumok alapján figyelembe lehet venni a létesítmény építésének és üzemeltetésének lényeges mozzanatait és olyan kétdimenziós (2D) és háromdimenziós (3D) modelleket lehet kidolgozni, amelyeket fokozatos közelítés-

sel illeszteni tudunk a méréseredményekhez (modell-kalibráció). Ily módon jóval eredményesebben lehet feldolgozni és kiértékelni a helyszíni vizsgálatok eredményeit, a kutató tárókban és pilóta alagutakban végzett méréseket és minden más olyan helyszíni mérést, amely a létesítmények (bányák, alagutak, földgátak, stb.) építésének és üzemeltetésének kezdeti szakaszában történik s így a további szakaszokban használható.

Miután a terhelési szakaszok és az azokhoz tartozó feszültségi és alakváltozási pályák (egy adott pont feszültségi, illetve alakváltozási állapotainak idősora) valósághű követésére van szükség, nem csak egy egyszerű paraméter visszaszámításról van szó. A paraméter visszaszámító inverz módszerek ugyan egyenesen az elmozdulásokból számítják vissza a rugalmassági paramétereket (Gioda 1985, Swoboda et al. 1995), de rendszerint csak egy terhelési lépcsőre és lineárisan rugalmas anyagmodellre szorítkoznak s ezért nagy létesítmények méréshez illeszkedő modellezéséhez nemigen alkalmazhatók. Használatukat akadályozza a terhelési lépcsők száma és jellege (váltakozó terhelés és tehermentesítés) a modellezendő létesítmény és kőzetkörnyezetének kiterjedése, továbbá az azt formáló különböző anyagok száma is. Ezért helyezzük előnybe a modellparaméterek kalibrálásával történő fokozatos közelítést, amely a létesítmény helyi körülményeinek és terhelési feltételeinek valósághű követését teszi lehetővé. A cél a létesítmény különböző pontjaiban végzett mérések idősorainak és azok térbeli kölcsönhatásának szimulációja és elemzése.

Sokéves tapasztalatunk szerint a sikeres szimulációhoz a olyan anyagmodellre van szükség, amely a törés alatti tartományban figyelembe tudja venni a pálya-irányváltozásokat és az azokhoz tartozó pályától függő, különböző merevségű deformációs válaszokat. A pályától való függés oka a talajok és kőzetek szerkezeti felépítése, amely rendszerint már alacsony terhelésnél is mutat maradandó deformációt, tehát szerkezeti változást.

Gátak, alagutak és más létesítmények alakváltozási és feszültségi pályáinak vizsgálata kimutatta, hogy még a monoton terhelési és tehermentesítési folyamatok is pálya-irányváltozást mutató, tehát nem monoton feszültségválaszt vonnak maguk után (Dolezalova 1994, 2006). Ez heterogén deformációs mezőt eredményez, ahol csökkenő vagy növekvő merevségű zónák jönnek létre. Ezek a zónák a képlékenységi küszöb mértani helyei és azt jelzik, hogy az adott pontban és az adott terhelési lépcsőnél az anyag normálisan konszolidált vagy túlkonszolidált. A normálisan konszolidált anyag a terhelésre nagy, képlékeny alakváltozással válaszol, míg a túlkonszolidált anyag kis, rugalmas alakváltozással felel. A jelenség fő oka a relatív nyírásszint különbözősége, amely terhelés és tehermentesítés váltakozását vonja maga után. A fejlettebb anyagmodellek közül ezt a pályahatást a képlékenységi folyáselmélet duplán felkeményedő anyagmodellje (Molenkamp 1983) és más olyan anyagmodellek veszik figyelembe, amelyek modellezik a nyírási felkeményedést (Vermeer, 1982, Lade & Kim 1988, Desai et al. 1991, Desai 2001, Kolymbas et al. 1995 és mások).

Ugyanakkor nincs értesülésünk arról, hogy sikerült volna ezeket a fejlettebb anyagmodelleket mérnöki nagylétesítmények méréseredményeinek visszaszámítására használni. A valószinű ok az, hogy a képlékenységi és a plasztikus potenciál felületet, valamint a felkeményedést és lágyulást meghatározó összefüggések és paraméterek túlságosan bonyolultak ahhoz, hogy lépésről lépésre történő módosításukkal a méréseredményekhez közelíteni lehetne. Ezért az in situ méréseredmények visszaszámításánál egyszerűbb, rugalmas, rugalmas-ideálisan-képlékeny (Gioda & Locatelli 1999, Swoboda et al. 1995, 1999), modifikált tranzverzálisan izotróp (Sakurai 1991) vagy hiperbolikus anyagmodellek kerülnek alkalmazásra, amelyek a hagyományos deformációs paramétereket (E deformációs modulust és a v Poisson tényezőt) használják.

Az ismertetésre kerülő pályától függő, nemlineáris (pontosabban szakaszosan lineáris) anyagmodell a nyomó főfeszültségek terében négy pályacsoportot különböztet meg, ahol a hagyományos deformációs paraméterek érintő értékeit ( $E_t$ ,  $v_t$ ) más és más összefüggéspárral számítja. A pályacsoportok pálya-irányváltozást jelentenek, amelyet a modell a feszültségállapot változásától függő feltételek segítségével (a középfeszültség növekedése/csökkenése és a relatív nyírásszint növekedése/csökkenése) határoz meg. Ily módon a pályától függő modell a duplán felkeményedő rugalmas-képlékeny anyagmodelleknek törés alatti működését imitálja, azoknak egy durva közelítése. Ugyanakkor ez a közelítés a hagyományos deformációs paraméterek használatával együtt megkönnyebbíti a modellkalibrálást és lehetővé teszi komplex geotechnikai létesítmények hosszú távú méréseredményeinek visszaszámítását (Dolezalova & Svancara 2006). Fontos még megjegyezni, hogy a pályafüggő anyagmodell kőzetmechanikában való alkalmazásának csak ott van értelme, ahol a kőzet terhelésnél és tehermentesítésnél maradandó alakváltozások jönnek létre, tehát az anyag szerkezete változik. Ellenkező esetben elegendő, ha egyszerűbb, rugalmas vagy rugalmas-ideálisan-képlékeny anyagmodellt használunk.

#### 2 AZ ANYAGMODELL LEÍRÁSA

A pályától függő nemlineáris anyagmodell geotechnikai létesítmények helyszíni mérésekből levezetett alakváltozási és feszültségi pályáinak elemzésére és azoknak a triaxiális kísérletekkel történt értelmezésére alapul, amelynek leírását előző munkáink tartalmazzák (Dolezalova 1976, 1994, 2006, Dolezalova & Horeni 1982a). Az elemzés két - az anyagmodell felállítása szempontjából lényeges - megállapításhoz vezetett:

- Az egy irányváltozással rendelkező feszültségpályákat az irányváltozásra adott deformációs válaszuk alapján csoportosítani lehet és a végtelen sok pályairány helyett csak négy feszültségpálya csoportot kell megkülönböztetni a törés alatti tartományban.
- A nyírásszint növelésével, azaz nyírási terheléssel járó feszültségpályák nagy, maradandó, képlékeny deformációt váltanak ki, míg nyírásszint csökkenésével, azaz nyírási tehermentesítéssel járó feszültségpályák csak kis, rugalmas, reverzibilis deformációt okoznak. Az első pályacsoportnál merevségcsökkenés, míg a másodiknál merevség növekedés figyelhető meg. Ez érvényes a nyomó főfeszültségek (σ<sub>1</sub> ≥ σ<sub>2</sub> ≥ σ<sub>3</sub>) tartományára függetlenül attól, hogy a középfeszültség nő, vagy pedig csökken.

Ezt a jelenséget illusztrálja az 1. és 2. ábra, amely különböző pályairányokban végzett ( $K = \Delta \sigma_3 / \Delta \sigma l = const$ ), arányos terhelésű triaxiális kísérletsorozat (Proportional Loading Tests) eredményeit mutatja be a relativ nyírásszint függvényében. A kisérleteket izotróp (L-I) és anizotróp konszolidáció (L-A) útján, közepesen tömörített homokon (Havlicek & Hroch 1975) és homokos agyagon végezték (Havlicek 1979). A deformációs paramétereknek ezekből a kísérletekből kiszámított növekményes érintő értékei (E<sub>t</sub>, v<sub>t</sub>) az első pályacsoportnál egyértelmű öszszefüggéseket adnak, amelyek az E<sub>t</sub> monoton csökkenését és a v<sub>t</sub> növekedését mutatják a nyírásszint függvényében (lásd az L-I kísérleteket az 1. és 2. ábrán és az L-A kísérletek jobboldali részét az 1. ábrán). Ellenkező a helyzet a második pályacsoportnál, ahol a nyírási tehermentesítés miatt az E<sub>t</sub> hirtelen növekedése és a v<sub>t</sub> csökkenése figyelhető meg (lásd az L-A kísérletek baloldali részét az 1. ábrán). Itt és alább hatékony feszültségekkel és az annak megfelelő hatékony deformációs paraméterekkel dolgozunk.

Az anyag merevsége tehát nem csak az elért feszültségszinttől függ, hanem attól is, hogy milyen pálya-irányváltozás vezet ehhez a feszültségszinthez. E pályahatásnak az  $E_t$ ,  $v_t$  számításánál történő figyelembevétele lehetővé tette a duplán felkeményedő rugalmas-képlékeny anyagmodell törés alatti működésének jóval egyszerűbb eszközökkel való közelítését mint ezt a képlékenységi folyáselmélet teszi (Dolezalova & Horeni 1982b, Dolezalova 1985, 1993). Ehhez hozzásegített a pályairányok csoportosítása, amely megkönnyítette a deformációra gyakorolt pályahatás analitikus leírását és lehetővé tette a különböző geotechnikai létesítményeknél keletkező feszültségpályák elemzését is.

Miután a geotechnikai létesítményekre főként nyomó feszültségek hatnak, a tárgyalt anyagmodell működését a nyomó főfeszültségek tartományában írjuk le részletesebben. Ebben a térben pályairány változás és az általa kiváltott deformációs válasz szerint négy feszültségpálya csoportot különböztetünk meg. Ezek a pályacsoportok dupla számmal vannak jelölve, ahol az első szám a középfeszültség  $\sigma_{oct}$  növekedését (1) vagy csökkenését (4), míg a második szám a viszonylagos nyíró-feszültségszint  $i = \tau_{oct} / \tau_{oct}^{lim}$  növekedését (1) vagy csökkenését (2) jelzi. A pálya-iránycsoportokat meghatározó feltételeket és a csoportok jelölését a 3. ábra mutatja. Itt ábrázolva van a Molenkamp féle a duplán felkeményedő rugalmas-képlékeny modell működése is, amely szintén négy hasonló zónában alkalmaz különböző anyagtörvényeket az anyag viselkedésének leírására.



1. ábra. E<sub>t</sub> és  $\mu_t (\equiv v_t)$  érintő deformációs paraméterek a relatív nyírásszint függvényében különböző K pályairányban végzett triaxiális kísérletek eredményei alapján; a mintatest izotróp (L-I) és anizotrop konszolidáció (L-A) útján közepesen tömörített homok



2. ábra. E<sub>t</sub> és  $\mu_t (\equiv v_t)$  érintő deformációs paraméterek a relatív nyírásszint függvényében különböző K pályairányban végzett lassú triaxiális kísérletek eredményei alapján; a mintatest izotróp konszolidáció (Series 0) útján tömörített homokos agyag

A pályától függő szakaszosan lineáris anyagmodell a hagyományos rugalmassági paraméterek növekményes érintő értékeit ( $E_t$ ,  $v_t$ ) a következő összefüggések segítségével számítja.

$$\frac{\Delta \sigma_{oct} \ge 0, \Delta i > 0:}{E_t = E_p \left(\sigma_{oct} / \sigma_0\right)^{k_1} \left[1 - \left(1 - \delta\right) i_*^{k_2}\right]}$$
(1)

$$\nu_t = \nu_p + \left(\nu_{\max} - \nu_p\right) i_*^{k_3} \tag{2}$$

12 
$$\frac{\Delta \sigma_{oct} \ge 0, \Delta i \le 0}{E_t = E_p \left( \sigma_{oct} / \sigma_0 \right)^{k_1}}$$
(3)

l

$$v_t = v_p \tag{4}$$

41 
$$\frac{\Delta \sigma_{oct} < 0, \Delta i > 0}{E_t = E_{unl} [1 - (1 - r)^{p_1}] [1 - (1 - \delta) i_*^{k_2}]}$$

$$v_t = v_p + (v_{max} - v_p) i_*^{k_3}$$
(5)

42 
$$\frac{\Delta \sigma_{oct} < 0, \Delta i \le 0}{E_t = E_{unl} \left[1 - (1 - r)^{p_1}\right]}$$
(6)  
$$v_t = v_p$$

Az  $E_t$ ,  $v_t$  értéket minden új terhelési lépcső kezdetén az előző terhelési lépcső feszültség értékeiből kiindulva a tartomány összes integrációs pontjában számítjuk. Az egyes terhelési lépcsőkhöz tartozó feszültségeket és alakváltozásokat a kapott  $E_t$ ,  $v_t$  használatával az általánosított, lineárisan rugalmas Hooke törvény szerint határozzuk meg.

A középfeszültségre vonatkozó visszaterhelés úgy van figyelembe véve, hogy ha  $\sigma_{oct} < \sigma_{oct}^{max}$  feltétel ki van elégítve ( $\sigma_{oct}^{max}$  a feszültségpontban eddig elért "történelmi" maximum), akkor az "1" pályajelző "4"-re változik. Hasonló módon a viszonylagos nyíró-feszültségszintre vonatkozó visszaterhelés úgy van figyelembe véve, hogy ha  $i < i^{max}$  feltétel ki van elégítve ( $i^{max}$  a feszültségpontban eddig elért "történelmi" maximum), akkor az "1" pályajelző "2"-re változik.



3. ábra. A pályától függő rugalmas-képlékeny anyagmodell által használt pályacsoportok (a) és pályafeltételek (b) (Dolezalova 1985, 1993), továbbá azok a zónák (c), ahol a Molenkamp féle duplán keményedő rugalmas-képlékeny anyagmodell is különböző összefüggéseket használ az anyagviselkedés leírására (Molenkamp 1983)

A pályától függő nemlineáris anyagmodell leírásánál a 3. ábrát is beleértve a következő jelölést használjuk:

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	<ul> <li>főfeszültségek (nyomó feszültség pozitív);</li> </ul>
$\sigma_{iD} = \sigma_i - \sigma_{oct}$	- főfeszültségi deviátortenzor, $i = 1, 2, 3$
$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$	<ul> <li>oktaéderes normál feszültség vagy középfeszültség;</li> </ul>
$\sigma_{\scriptscriptstyle oct}^{\scriptscriptstyle  m max}$	- a $\sigma_{oct}$ "történelmi" maximuma;
$r = \sigma_{oct} / \sigma_{oct}^{\max};$	
$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \sigma_{1D}^2 + \sigma_{2D}^2 + \sigma_{3D}^2 \right)}$	- oktaéderes nyírófeszültség;
$ au_{oct}^{ m lim}$	<ul> <li>az oktaéderes nyírófeszültség határértéke;</li> </ul>
$\sigma_{_o}$	- atmoszférikus nyomás;
$\nu_{\rm max}$	- a $v_t$ Poisson tényező maximális értéke;
${\cal V}_p$	- $v_t$ kezdeti értéke $\sigma_o$ nyomó feszültségnél;
$k_1, k_2, k_3, p_1$	- hatványkitevők;
$E_{\min} = \delta \cdot E_p$	- minimális deformációs modulus;
E <sub>max</sub>	- maximális deformációs modulus;
$E_p$	- az $E_t$ deformációs modulus kezdeti értéke $\sigma_o$ feszültségnél
E <sub>unl</sub>	- tehermentesítési modulus;
$i = \tau_{oct} / \tau_{oct}^{\lim} =$	<ul> <li>viszonylagos nyíró-feszültségszint;</li> </ul>
$i_* = (i - i_0) / (1 - i_0)$	- modifikált viszonylagos nyíró-feszültségszint;
i <sub>0</sub>	- az <i>i</i> viszonylagos nyíró-feszültségszint kezdeti értéke;
$\sigma_{\scriptscriptstyle T}$	- húzószilárdság.

Az  $E_t$ ,  $v_t$  deformációs paraméterek értéke minimalizálva és maximalizálva van:

$$E_{\min} = E_p \le E_t \le E_{\max} \quad ; \quad \nu_p \le \nu_t \le \nu_{\max} \tag{7}$$

A fent leírt és 11, 12, 41 és 42-es számokkal jelölt alap pályacsoportokon kivül még a modell további nyolc pályacsoportot különböztet meg azokban a feszültségi tartományokban, ahol legalább egy főfeszültség húzófeszültség. Ezek a pályák itt nem kerülnek leírásra.

Az *i* viszonylagos nyíró-feszültségszint számításánál a Mohr - Coulomb – féle, a húzófeszültség korlátozásával kiegészített töréselméletet használjuk a következő formában:

$$\overline{\sigma}_{\lim} = \frac{c\cos\varphi + \sigma_{oct}\sin\varphi}{\cos\theta + \sin\theta\sin\varphi/\sqrt{3}} = \sqrt{3/2}\,\tau_{oct}^{\lim} \tag{8}$$

 $\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sigma_{1D}^2 + \sigma_{2D}^2 + \sigma_{3D}^2 \right)} = \sqrt{J_{2D}} = \sqrt{3/2} \tau_{oct} - a \text{ deviátortenzor második invariánsának a négyzetgyöke; } \sigma_{iD} = \sigma_i - \sigma_{oct}$ 

$$\theta = \arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3} J_{3D}}{2\overline{\sigma}^3}\right) - a \text{ Lode szög a főfeszültségek terében}$$

 $J_{3D} = \sigma_{1D} \sigma_{2D} \sigma_{3D}$  - a deviátortenzor harmadik invariánsa.

 $\phi$ , c – nyírószilárdsági paraméterek.

A kombinált rugalmas-képlékeny anyagmodellnek a pályától függő nemlineáris része a törési határállapot közelében  $(0.95 < i \le 1.0)$  ki van kapcsolva és itt a modell képlékeny része dolgozik

nem-asszociált folyásfeltétellel és állandó értékű  $E_t$ ,  $v_t$  érintő deformációs paraméterekkel. A csúcsban a modell ideálisan-képlékeny, míg azt követő szakaszban vagy ideálisan-képlékeny vagy a képlékenységi folyáselmélet segítségével alakváltozási lágyulást számít.

Az időtől függő, rugalmas-viszkozusan-képlékeny kúszási és relaxációs feladatokat a kombinált modell a több felületű, viszkozusan-képlékeny folyáselmélet segítségével oldja meg (Zienkiewicz & Pande 1977). Eddig a modell e viszkozusan-képlékeny részének két változata lett kidolgozva. Az első változat állandó folyási küszöbbel, míg a második változat két felkeményedő - a torzulást és térfogatváltozást követő - folyásfelülettel rendelkezik.

Az említett modellek a CRISP-PATH végeselem programrendszerbe vannak bedolgozva, amely a CRISP programrendszernek (Britto & Gunn 1987) egy átdolgozott változata. Az átdolgozás a következő területeket érintette:

- Az anyagmodellezés, ahol a már létező anyagmodellek (izotróp és anizotrop lineárisan rugalmas és ideálisan-képlékeny modell Mohr-Coulomb és Drucker-Prager folyásfeltétellel, valamint a Cam-clay és a modifikált Cam-clay modell) új modellekkel lettek kiegészítve (pályától függő nemlineáris modell, asszociált és nem-asszociált, több felületű rugalmas-képlékeny vagy viszkozusan-képlékeny modell és ezeknek a pályától függő nemlineáris modellel kombinált változatai).
- Nagy lineáris egyenletrendszerek megoldására szolgáló igen hatékony iterációs módszerek (Hladík et al. 1997).
- Nemlineáris egyenletrendszerek Newton-féle ugyancsak hatékony megoldási módszerei (Hladík 1998).

A nemlineáris egyenletrendszerek megoldásánál igen eredményes a nem-egzakt, Newtonféle megoldási séma. Ez a módszer magába foglalja a jól ismert kezdeti merevségi, a Newton-Raphson, kvázi-Newton és más módszereket és alkalmazása sokkal jobb eredményeket hoz, mintha csak egyedül a kezdeti merevségi módszert használnánk. A feszültségnövekményen belül alkalmazott iterációs technika addig javítja a hibát, amíg a feszültség az előírt pontosság szerint konvergál és csak utána alkalmazza a következő terhelési növekményt. Ez minimalizálja az iterációs folyamat "elhajlását" (drifting).

# 3 PARAMÉTER MEGHATÁROZÁS

A kombinált modell pályától függő szakaszosan lineáris és ideálisan képlékeny része a következő paraméterekkel dolgozik:

- c, φ, φ<sub>res</sub>, ψ, σ<sub>t</sub> kohézió, súrlódási szög, reziduális súrlódási szög, dilatációs szög, húzószilárdság,
- $E_p$ ,  $E_{unl}$ ,  $E_{ten}$ ,  $E_{max}$  az érintő deformációs modulus értéke terhelésnél, tehermentesítésnél és húzásnál, továbbá a maximális deformációs modulus,
- v<sub>p</sub>, v<sub>max</sub> az érintő Poisson tényezőnek kezdeti és maximális értéke,
- $i_0$ ,  $\delta$ ,  $\sigma_{oct}^{ref}$  a relatív nyíró-feszültségszint kezdeti értéke, a minimális érintő modulust meghatározó tényező ( $E_{min} = \delta E_p$ ), valamint a referens atmoszférikus nyomás.
- $k_1, k_2, k_3, p_1$  hatványkitevők,

A c,  $\varphi$ ,  $\varphi_{res}$  nyírószilárdsági paramétereket vagy a szabványos lassú triaxiális kísérlet alapján (függőleges terhelés állandó oldalnyomás mellett) vagy direkt nyírással határozzuk meg és Mohr-Coulomb törési határfelületet egyenessel közelítjük. A  $\psi$  dilatációs szöget vagy az  $\varepsilon_{v} = \varepsilon_{v}(\varepsilon_{1})$  görbe lineárisan közelített dilatációs szakaszából határozzuk meg vagy  $\psi = < 0^{\circ}, \varphi/2$ > közötti értéket veszünk fel. Itt  $\varepsilon_{v}$  térfogatváltozást és  $\varepsilon_{1}$  tengelyirányú főalakváltozást jelent.

Az érintő deformációs modulus  $E_p$  kezdeti értékét, valamint a k<sub>1</sub> hatványkitevőt az ödométer kísérletből lehet meghatározni. A Jáky képlet szerint kiszámítjuk a nyugalmi oldalnyomás tényezőt K<sub>0</sub> = 1 - sin $\varphi$ , a  $\sigma_{oct} = \sigma_1(1 - 2/3\sin\varphi)$  és  $v_p = 1 - \sin\varphi/(2 - \sin\varphi)$ . A  $\sigma_1 = \sigma_1(\varepsilon_1)$  kísérleti görbe alapján meghatározzuk az ödométer modulus növekményes érintő értékeit  $M_t = \Delta \sigma_t / \Delta \varepsilon_l$ , abból a deformációs modulus érintő értékeit mint  $E_t = \beta M_t$ , majd az  $E_t = E_t (\sigma_{oct})$  összefüggést. Itt  $\sigma_l$  a függőleges, tengelyirányú főfeszültséget, míg  $\varepsilon_l = \Delta h/h$  tengelyirányú főalakváltozást jelent és  $\beta = 1 - 2v_p^2 / (1 - v_p)$ . Az  $E_t = E_t (\sigma_{oct})$  összefüggés log-log ábrázolása és annak lineáris közelítése útján a (3) és (1) egyenletekben szereplő  $E_p$  kezdeti érintő modulus és a  $k_1$  hatványkitevő határozható meg.

A húzófeszültséghez tartozó  $E_{ten}$  deformációs modulust vagy a  $E_p \ge E_{ten} \ge 2/3E_p$  feltételezéssel vagy speciális kísérlet útján határozzuk meg.

Az  $E_{unl}$  tehermentesítési modulust és a  $p_1$  hatványkitevőt a (6)-os összefüggésben az ödométer kísérlet tehermentesítési görbéjéből számítjuk, hasonló módon mint azt a terhelésnél tettük. Az  $E_{max}$  az a tehermentesítési modulus maximális értéke.

Az  $i_0$  az a relatív nyírásszint kezdeti értéke, amely meghatározza a  $0 \le i \le i_0$  intervallumot, akol az  $E_t = E_p$  és  $v_t = v_p$  érvényes. A feszültség-alakváltozási görbétől függően  $i_0 < 0.1$ , 0.2 > közötti értéket szoktunk felvenni.

A  $k_2$ ,  $\delta$  és  $k_3$  meghatározásához szabványos lassú triaxiális kísérletre van szükségünk ( $\sigma_l > \sigma_2 = \sigma_3 = const$ ). Az egyes  $\sigma_1 - \sigma_3 = f(\varepsilon_1, \sigma_3)$  görbék menték kiszámítjuk az  $E_t = \Delta \sigma_1 / \Delta \varepsilon_1$  növekményes érintő értékeit és az azoknak megfelelő  $\sigma_{oct}$  és  $i_* = (i - i_0)/(1 - i_0)$  értékeket. Transzformálva az (1) összefüggést és log-log ábrázolást használva az ismert  $E_p$  és  $k_l$  alapján meg tudjuk határozni a  $k_2$  és  $\delta$  paramétereket.

A  $k_3$  meghatározásához a  $v_t = 1/2(1 - \Delta \varepsilon_v / \Delta \varepsilon_1)$  növekményes érintő értékeit számítjuk az  $\varepsilon_v = f(\varepsilon_1, \sigma_3)$  görbékből. A  $k_3$  értékét az ismert  $v_p$  alapján a (2) összefüggés transzformálása és log-log ábrázolása útján kapjuk meg.

Ha nem áll elegendő laborvizsgálat a rendelkezésünkre, akkor a kiinduló adatokat eredeti dokumentumok, szabványok és irodalmi források alapján egészítjük ki.

Az anyagmodell és paraméterei, továbbá maga a végeselem modell is helyszíni mérések segítségével van kalibrálva és ellenőrizve. E célra a legmegfelelőbb, ha a geotechnikai létesítmény több pontjában végzett helyszíni mérések idősorai állnak rendelkezésünkre.

## 4 A MODELL ELŐNYEI ÉS HÁTRÁNYAI

Mint már említettük, a PDEP modell főelőnye az, hogy aránylag egyszerű eszközökkel tudja figyelembe venni a talajok és kőzetek heterogén deformációs válaszát, amely normálisan konszolidált és túlkonszolidált zónák kialakulása révén jön létre a törés alatti tartományban. A PDEP modell egyértelmű és világos fizikai tartalommal rendelkező, hagyományos deformációs paramétereket használ, amely lehetővé teszi a helyszíni mérésekhez lépésről-lépésre közelítő paraméter kalibrációt. A kalibrált modellt használjuk azután a mérések értelmezésére és a létesítmény további viselkedésének előrejelzésére.

A rugalmas, szakaszosan lineáris anyagmodellek ismert hátránya a töréshez közeli szakasz nem kielégítő modellezése. Ezt a PDEP modell kikerüli azzal, hogy a töréshez közel átvált a képlékeny modellre. Egy további elméleti hiányossága ezeknek a modelleknek az, hogy egyes terhelési/tehermentesítési folyamatoknál negatív deformációs energiát produkálhat. Ezt a PDEP modell a deformációs paraméterek határértékeinek korlátozásával oldja meg. Jelentősebb probléma viszont az, hogy a modell a csúcs alatti tartományban elhanyagolja a dilatációt. Igaz ugyan, hogy a földgátak helyszíni méréseredményei még határállapotban sem mutattak dilatációt, de van sok olyan talaj és kőzetmechanikai feladat, ahol a dilatácó kulcsfontosságú. A szakaszosan lineáris PDEP modell további hiányossága az, hogy a megoldás nem sima. Ezt nagyon kis terhelési lépcsőkkel és azoknak további, alnövekményekre való osztásával enyhítjük.

## 5 ALKALMAZÁS

1985 óta, amikor a pályafüggő PDEP modell jelenlegi változata be lett vezetve, a modell széleskörű alkalmazásra talált a geotechnikai gyakorlatban. Ez idő folyamán mintegy 55 nagylétesítmény 2D-és és 3D-és modellje lett kidolgozva és alkalmazva nagygátak (13), alagutak (8), mély munkagödrök (2) és külszíni fejtések (32) különböző tervezési és üzemeltetési problémáinak megoldására. A mérés és modellezés évtizedekre nyúló interaktív alkalmazásának egy tipikus példája a Karlovy Vary közelében lévő Sokolov barnaszén medence bányáinak méréssel és modellezéssel irányított és engedélyezett működése. Itt állandó probléma a bányafenékre ható artézi víznyomás és annak vízszintsüllyesztéssel és megfelelő munkamenettel történő szabályozása (Dolezalova et al. 2006).

#### 5.1 Zermanice betongát

A PDEP modell alkalmazásának néhány újabb eredménye látható a 4., 5. és 6. ábrán. A Zermanice betongát (36 m, 1956, Csehszlovákia) hosszúidejű megfigyelése és mérése váratlan eredményeket hozott. A betongát különböző eredetű és minőségű kőzetfajtákra (mállott, márgás agyagpalára és az abba beleágyazódott "tesinit"-nek nevezett kemény vulkanikus kőzetre) lett alapozva, de a várt süllyedés helyett emelkedést, differenciális vízszintes elmozdulást és dőlést mutatott. A modellezés célja ennek a viselkedésnek a megértése és magyarázata, továbbá a gát biztonságának megítélése volt.



4. ábra. Feszültség-pályacsoportok alakulása a Zermanice betongát 1-1' szelvényében (lásd az 5. ábrát) a gát építése 1956-1957 (a), a víztároló feltöltése 1958-1962 (b) és az alapkőzetet formáló márgás agyagpalában végbemenő áramlás és konszolidáció során (1963-1980, 1981-2000) (c, d)

Először egymáshoz kapcsolódó lokális és regionális 2D-és modellek lettek felállítva a gát jellegzetes kereszt- és hossz-szelvényeiben. A cél a legfontosabb állékonysági problémák megoldása és a paraméter-kalibráció volt. A lokális modellek segítségével a mechanikai és hidraulikai paraméterek, a regionális modellek segítségével a reológiai paraméterek lettek kalibrálva. A kalibrált paraméterekre és az eredeti, a tervezés és építkezés időszakából származó adatokra támaszkodva lett ezután létrehozva a méréshez illesztett regionális 3D modell. Az altalajnak primer és szekundér konszolidációját kapcsolt feladatokkal modelleztük: mechanikus-hidraulikus kapcsolást alkalmaztunk a primer konszolidáció és mechanikus-hidraulikus-viszkoplasztikus kapcsolást a szekundér konszolidáció esetében (Dolezalova et al. 2005, Dolezalova & Svancara 2006). Sikerült megállapítani, hogy gát váratlan viselkedésének oka a márgás agyagpala gyenge szerkezete, amely minden feszültségváltozásra (a folyómeder kialakulása a negyedkorban, a víztároló feltöltése) kúszással és kinyomódással (bulging) válaszol.

A PDEP modellhez kapcsolódóan most a gát építése és a víztároló feltöltése által kiváltott túlkonszolidált (12-es feszültség-pályacsoport) és normálisan konszolidált (11-es feszültség-pályacsoport) zónákat mutatjuk be 4. ábrán. E zónák különböző merevségét veszi figyelembe a PDEP modell és ez befolyással van a számított elmozdulásokra. Az 5. ábrán a 389 656 szabad-ságfokkal rendelkező 3D modellt és az első tárolófeltöltés által kiváltott vízszintes elmozdulásokat hasonlítjuk össze a kalibrált 3D modell két szelvényében. Az összehasonlítás mind a márgás agyagpalára alapozott gátszekció, mind pedig a kemény vulkanikus kőzetre alapozott gátszekció esetében kielégítő eredményt mutat.



5. ábra. A Zermanice völgyzárógát regionális 3D-és modellje: a víztároló első feltöltése által kiváltott vízszintes elmozdulások izogörbéi



6. ábra. A Zermanice völgyzárógát regionális 3D-és modellje: a víztároló feltöltése és a márgás agyagpala kúszása által kiváltott vízszintes elmozdulások a gátnak gyenge agyagpalára (1-1') és kemény vulkanikus kőzetre alapozott (2-2') szekcióiban

#### 5.2 Mrazovka kutatótáró

A prágai Mrazovka forgalmi alagút Ordovik korú kristályos agyagpalába épült és a kritikus szelvényben a födémtakaró vastagsága csak 15 m. Az építendő alagút főtéjében kutatótáró lett kivájva, amely 15 cm vastag torkrét réteggel lett biztosítva. Az építés folyamán mérve volt a felszínsüllyedés és a konvergencia. A táró vázlatos keresztmetszetét és a kőzetkörnyezetet a 7. ábra mutatja. Az ábrán az 1-6 számokkal jelzett anyagok a következők: feltöltés (1), üledék (2), szétmállott agyagpala (3), mállott repedezett agyagpala (4), csak részben mállott repedezett agyagpala (5) és repedezett agyagpala (6).





7. ábra. Mrazovka kutatótáró: a biztosítás beépítése előtt történő feszültségcsökkenés ("kilélegzés",  $\lambda_{rel}$ ) hatása a felszínsüllyedésre és a táró főtéjének süllyedésére; mérési és modellezési (VEM,  $\lambda$ -módszer) eredmények összehasonlítása a Mohr-Coulomb (1a, 1b) és a PDEP anyagmodell (2a) alkalmazásával

A méréshez való közelítésnél 2D végeselem modell, a  $\lambda$ -módszer és két anyagmodell lett alkalmazva: az állandó modulusú Mohr-Coulomb modell (M-C) és a pályától függő PDEP modell (Dolezalova 2002). A  $\lambda$ -módszer az alagútvájásnál jelentkező 3D-és homlokhatást 2D-és feladatok sorozatával modellezi. A vájat peremén jelentkező és a kőzettömeg "kilélegzését" okozó kiegyensúlyozatlan erők fokozatos csökkentésével ki lehet számítani azt a konvergenciát, amely még a biztosítás beépítése előtt megy végbe és azt is, amely már a biztosítás beépítése után jelentkezik. A  $\lambda$  szám, amely az adott radiális elmozdulás és a maximális radiális elmozdulás viszonyszáma, az eredeti feszültség csökkenésének, azaz a kilélegzésnek a mértékét mutatja és < 0, 1> között változik. Ennek megfelelően a kiegyensúlyozatlan erők  $\beta$  = 1-  $\lambda$  redukciós tényezőjének intervalluma < 1, 0> között van.

A méréshez való közelítésnek a lényege az volt, hogy sikerüljön elérni nemcsak a mért felszínsüllyedést (12 mm), hanem a táró főtéjében mért konvergenciát is (34 mm). A alkalmazva a helyszíni kísérletekből kapott deformációs modulusokat (35 MPa az 5. számú, részben mállott repedezett agyagpalánál és 200 MPa a 6. számú, repedezett agyagpalánál) a Mohr-Coulomb modell csak nagy, 80 % -os kilélegzéssel tud közelíteni (1a változat a 7. ábrán), amelynek a biztosítás beépítése előtt történő irreálisan nagy plasztifikáció felel meg (8. ábra). A modulusok radikális csökkentése (12 MPa és 40 MPa) lehetővé teszi a felszínsüllyedés közelítését reálisabb kilélegzés mellett ( $\lambda = 60\%$ , 1b változat a 7. ábrán, fent), de ezekkel az adatokkal már nem lehet megkapni a mért konvergenciát (1b változat a 7. ábrán, lent).

PDEP modell a helyszíni kísérletekből kapott kiinduló deformációs modulusokkal jól közelít mind a felszínsüllyedéshez, mind pedig a konvergenciához reális, 65 % -os kilélegzés mellett (2a változat a 7. ábrán). Ennek magyarázata az, hogy a modell figyelembe veszi a normálisan konszolidált és túlkonszolidált zónákat (9. ábra) és az azokhoz tartozó különböző deformációs paramétereket.



8. ábra. Mrazovka kutatótáró: a kőzet nagymértékű plasztifikációja a biztosítás beépítése előtt ha a méréseredményeket a Mohr-Coulomb féle rugalmas-ideálisanképlékeny anyagmodellel közelítjük (1a,  $\lambda_{rel} = 80\%$ )



9. ábra. Mrazovka kutatótáró: a feszültségpálya-csoportok, azaz a normálisan konszolidált és túlkonszolidált zónák alakulása a táró kőzetkörnyezetében a vájás során a PDEP anyagmodell szerint

#### HIVATKOZÁSOK

- Akutagawa, S. 2005. Back analysis for rational interpretation of field data obtained in rock engineering projects. 11th IACMAG, Prediction, Analysis and Design in Geomechanical Applications, Barla (ed.), Patrone Editore, Vol.4, 333-342.
- Britto, A.M. & Gunn, M.J. 1987. Critical State Soil Mechanics via Finite Elements. Ellis Horwood Limited, Chichester.
- Desai, Ch. S. 2001. *Mechanics of Materials and Interfaces. The Disturbed State Concept*, CRC Press, ISBN 0-8493-0248-X.
- Desai, C.S., Sharma, K.G., Wathugala, G.W. & D. Rigby 1991. Implementation of Hierarchical Single Surface  $\delta_0$  and  $\delta_1$  Models in finite element procedure. *Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics*, **15**: 649 680.
- Doležalová, M. 1985. Description of a pseudoelastic constitutive model. Proc. of Conf. "Use of Microcomputers for Solving Soil Mech. and Found. Eng. Problems", Prague (in Czech)
- Doležalová, M., 1993. Numerical Solution of Rheological Problems. Chapter 12 in Jaroslav Feda (ed.), *Creep of Soils and Related Phenomea*, Academica-Elsevier, 348-385.
- Dolezalova, M. 1994. On overestimation of displacements in numerical calculation of zoned dams. *Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics*, **18:** 1-24.
- Dolezalova, M. 2002. Approaches to numerical modelling of ground movements due to shallow tunnelling. Proc. 2nd Int. Conference on Soil Structure Interaction in Urban Civil Engineering, Zurich, 365-374.
- Dolezalova, M. 2006. Strain and stress path analysis of geotechnical structures and requirements to constitutive models for geomaterials. Int. Workshop on Const. Modeling Development, Implementation, Evaluation and Application, Hong Kong
- Doležalová, M. & A. Hoření 1982a. *Strain paths in rockfill dams, measurements, constitutive laws*, FEM calculations. 4th ICONMIG, Edmonton, 679 690.
- Doležalová, M. & A. Hoření 1982b. *A path dependent computational model for rockfill dams*. Proc. Int. Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, 577-586.
- Doležalova, M. & Hladik, I. 2005. Viscoplastic flow of soft rock in foundation of Zermanice Dam, Eurock 2005- Impact of Human Activity on the Geological Environment – Konecny (ed), Taylor & Francis Group, London, 95-101.
- Doležalova, M. & Svancara, J. 2006. *Analysis of unusual behaviour of Zermanice Dam*, Czech National Committee on Large Dams, SORG Ltd. Prague, ISBN 80-239-7267-7.
- Doležalova M., Hladik I. & Zemanova V. 2004. *Numerical analysis of unusual behaviour of Zermanice Dam*, 11<sup>th</sup>International Conference of IACMAG, Prediction, Analysis and Design in Geomechanical Applications, Torino, Patrone Editore, Bologna, Vol. 3, 403 410.
- Gioda, G. 1985. Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics. 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Nagoya, Vol. 1, 47-62.
- Gioda, G., Locatelli, L. 1999. Back analysis of the measurements performed during the excavation of a shallow tunnel in sand. *Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics*, 23: 1407-1425.
- Havlíček, J. 1979. On the shape of State Boundary Surface of soils. *Research Report*. Prague: Stavební geologie (in Czech).
- Havlíček, J. & Z. Hroch 1975. Deformation of sand. *Research Report*. Prague, Stavební geologie (in Czech)
- Hladík, I., Reed, M.B. a Swoboda, G. 1997. Robust Preconditioners for Linear Elasticity FEM Analyses. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 40, 2109-2127.
- Hladík, I. 1998. Efficient solution of Linear and Nonlinear Systems of Equations for Elasticity and Elasto-Plasticity FEM Analyses with Unstructured Irregular Grids. PhD Thesis, University of Innsbruck, Austria.
- Kolymbas, D., Herle I. & P.A. Von Wolfferdorff 1995. Hypoplastic constitutive equation with

internal variables. Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics, 19, 415 – 436.

- Lade, P.V. & M.K. Kim 1988. Single hardening const. model for frictional materials, I, II, III. *Computers and Geotechnics*, 5, 6.
- Molenkamp, I.F. 1983. Elasto-plastic double hardening model MONOT. Research Report, Delft-Geotechnics Delft, Holland.
- Sakurai, S. 1991. *Field measurements and back analysis*. 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns.
- Swoboda, G., Tang Y., Dolezalova M. & Venclik P. 1995. Back analysis of three-dimensional model for geotechnical problems, Proceedings of ECCOMAS 96, Innsbruck, John Wiley & Sons, Ltd., 1-6.
- Swoboda, G., Ichikawa, Y., Dong, Q.& Zaki, M. 1999. Back analysis of large geotechnical models. *Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics*, 23, 1455-1472.
- Vermeer, P. 1982. A five constant model unifying well established concepts. International Workshop on Constitutive Relations for Soils, Balkema, 175-197.
- Zienkiewicz O.C. & Pande G.N. 1977. Time dependent multilaminate model of rocks a numerical study of deformation and failure of rock masses, *Int. J. Num. Analyt. Meth. in Geomechanics*, **1**, 219-47.