# A Reprezentatív Elemi Térfogat (REV) meghatározása sztochasztikusan generált repedéshálózatok vizsgálatával

Vass István

Szegedi Tudományegyetem Ásványtani, Geokémiai és Kőzettani Tanszék Intézmény,

vass@geo.u-szeged.hu

M. Tóth Tivadar

Szegedi Tudományegyetem Ásványtani, Geokémiai és Kőzettani Tanszék Intézmény,

mtoth@geo.u-szeged.hu

**ÖSSZEFOGLALÁS**: A fluidumbányászat, a hulladéklerakás, vagy a geotermikus kutatás szempontjából lényeges kérdés a jelentős másodlagos porozitással rendelkező, repedezett kőzettestekben zajló felszín alatti áramlási rendszerek vizsgálata. Az ilyen szerkezetek hidrodinamikai elemzésére elsősorban numerikus modellek alkalmazásával nyílik lehetőség. Ezen modellező rendszerek használata során a kőzettestet homogén hidrodinamikai tulajdonságokkal rendelkező egységekre kell felosztani, melyek minimális méretének (REV – Representative Elementary Volume) meghatározása a repedezett kőzettestekre számos problémával terhelt. Dolgozatunkban a REV meghatározását a RepSim program által sztochasztikusan generált repedésrendszereken végeztük el. A szoftver a megfelelő input paraméterek (törésközéppontok fraktál dimenziója (D<sub>c</sub>), repedések hosszúság eloszlása (E), relatív dőlés (α<sup>r</sup>)) alapján repedéshálózatot generál, és a repedésekhez rendelt nyitottság és hosszúság adatok alapján a porozitás is számolható. A repedéshálózatra illesztett növekvő felbontású gridháló egyes celláinak porozitás értékeiből számított átlag és szórás alapján azt a cellaméretet definiáljuk REV-ként, ahol a variációs koefficiens értéke eléri a húsz százalékot. A porozitás változását a  $D_c$  és *E* függvényében ábrázolva becsülhető a REV méretének paraméter függése.

Kulcsszavak: REV, porozitás, repedéshálózat modellezés, DFN modell

# 1 BEVEZETÉS

Repedezett kőzettestek fluidum áramlási és tárolási folyamatai szempontjából a töréshálózatok térbeli viselkedésének vizsgálata kiemelten fontos feladat. Mivel számos repedezett kőzet (magmás, metamorf kőzetek, karbonátos képződmények) mátrix porozitása többnyire elhanyagolható, a felszín alatti folyadék rendszer túlnyomórészt a kőzettest töréshálózatához kapcsolódik. Így a repedezett kőzettestek hidrodinamikai vizsgálata során az áramlást vagy a diszkrét törések hálózatán modellezzük, míg más megközelítések különböző, porózus kőzetekre kidolgozott modellező szoftvereket (pl. MODFLOW, MCDONALD ÉS HARBOUGH, 1988) használnak. Ez utóbbi alkalmazások használata feltételezi a kapcsolatot a diszkrét törések rendszere és a fontos hidrodinamikai paraméterek (porozitás, belső permeabilitás tenzor) folytonos változása között. Ezért feltételezzük, hogy a rezervoár hidrodinamikai jellemzői nem változnak egy adott mérethatár felett. Így jutunk el a REV (Bear, 1972, Bourbiaux és tsai., 1998, Ouenes és Hartley, 2000, Bourbiaux és tsai., 2005) fogalmához, melynek ismerete kiemelkedően fontos, hiszen ez biztosítja a lehetőségét annak, hogy a tárolót hidrodinamikai szempontból homogén cellákra bontsuk.

A szimuláció célja a kiválasztott kőzettest 3D töréshálózatának modellezése tároló léptékben, a litológiai, szerkezetfejlődési viszonyok tükrében. További cél annak vizsgálata, hogy a törésrendszerek mérhető geometriai paramétereinek függvényében hogyan alakul a repedéshálózatra jellemző REV méret, valamint mennyire érzékeny ez az adott paraméterek változására. Eredményeinket egy metamorf kőzetekből álló repedezett CH-rezervoár esetében mutatjuk be.

### 2 REPEDÉSRENDSZEREK GEOMETRIAI PARAMÉTEREI

A törések és töréshálózatok értelmezése során a kvantitatív paraméterek meghatározása nélkülözhetetlen a modellben való megjelenítés szempontjából. Az egyedi repedések véges kiterjedésű, rendszerint bonyolult módon és többszörösen meghajlított kétdimenziós felületekként értelmezhetők, melyek azonban a legtöbb esetben síklapokkal megfelelően közelíthetők (Chiles & de Marsily, 1993). Esetünkben mind a törések parametrizálása, mind a későbbi szimuláció során a kör reprezentációt követjük. Ennek megfelelően az egyedi töréseket egyértelműen leíró geometriai paraméterek a kör középpontjának térbeli helyzete, valamint a kör sugara és irányítottsága (dőlés, csapás). Törés rendszerek esetén mindez a középpontok térbeli sűrűségét leíró függvényként, valamint a sugárra és a dőlés-csapás érték párokra jellemző eloszlás függvényekként értelmezhető. A törésrendszer hidraulikai jellemzése feltételezi az egyedi törések pozitív térfogatát, ezért a vastagság nélküli körlapokat adott nyitottságú (aperture) lapos korongokkal ("parallel plate model", Witherspoon et al., 1980) helyettesítjük.

A repedések, repedésrendszerek mérhető geometriai paramétereivel kapcsolatos ismereteket korábban (M. Tóth és tsai., 2006) részletesen bemutattuk. Az alábbiakban csak néhány alapvető szempontra térünk ki.

A töréses elemek egyik legfontosabb, fluidum vezetés-tárolás szempontjából is alapvető tulajdonsága a repedések hossza. Törésrendszerek esetében az egyedi repedések hosszúság értékeiből számított eloszlásfüggvény megadása célszerű. A leggyakrabban alkalmazott modell szerint (Yielding et al., 1992; Min és tsai, 2004) a legjobban a

$$N(L) = F^* L^{-E} \tag{1}$$

sűrűségfüggvényű hatványfüggvény típusú eloszlás írja le a repedésméretek viselkedését.

A nyitottság – a hosszúsághoz hasonlóan – hatvány függvény eloszlást követ. A repedések hossza és fizikai nyitottsága között statisztikai értelemben szoros lineáris kapcsolat tételezhető fel, amint azt az elméleti megfontolások (Pollard & Segall, 1987) és a tapasztalati (Barton & Larsen, 1985; Loiseau, 1987; Vermilye és Scholz, 1995; Gudmundsson, 2000; Gudmundsson és tsai, 2001) eredmények is igazolják. Azaz

$$a = A * L + B \tag{2}$$

A repedéseket jelképező korongok térbeli helyzetét meghatározó paraméterek a dőlésszög és a dőlésirány, melyek együttes eloszlását számos szerző kétváltozós Fisher eloszlásfüggvénnyel tartja közelíthetőnek. A továbbiakban az eredeti, mért adatok adatbázisát használjuk a szimuláció során.

A repedések térbeli rendszere számos szerző szerint fraktál mintázattal közelíthető, melyet jól jellemez a törésközéppontok fraktáldimenziója. Ennek meghatározása a "box-counting" néven ismert eljárással történik (Mandelbrot, 1983; Mandelbrot, 1985; Barton & Larsen, 1985; Barton, 1995). Eszerint a vizsgált geometriai objektumot különböző oldalhosszúságú rácshálóval lefedve, a mintázat valamely elemét tartalmazó cellák ("dobozok") száma arányos azok méretével úgy, hogy

$$N(r) \sim r^{-D} \,. \tag{3}$$

A szimuláció során ennek megfelelően a vizsgált mérettartományt meghaladó méretekre való becsléssel azt használjuk ki, hogy az adott mintázat fraktál természetű, vagyis minden léptékben hasonlóan sűrűn tölti ki a teret.

## 3 A SZIMULÁCIÓ ALGORITMUSA

A vonatkozó szakirodalomban egyetértés van abban, hogy a töréshálózatok fraktál geometriai elemekkel leírhatók abban az értelemben, hogy a törések méreteloszlása hatványeloszlást követ (pl. Yielding és tsai, 1992, Min és tsai, 2004), valamint adott méret fölötti törések térbeli eloszlása lényegében litológiától és szerkezeti helyzettől függetlenül skálainvariáns mintázatot alkot a térben (pl. (Barton & Larsen, 1985; La Pointe, 1988; Hirata, 1989; Matsumoto és tsai., 1992; Kranz, 1994; Tsuchiya & Nakatsuka, 1995, Roberts és tsai., 1998).

A törések szimuláció során használt geometriai alapparamétereit a korábbiakban részletesen tárgyaltak alapján a törések hossza, nyitottsága, orientációja (dőlése és csapása), valamint a törésközéppontok fraktál dimenziója adják. A hosszúságok eloszlása bármely vizsgált esetben hatvány függvény eloszlással közelíthető, valamely repedés nyitottsága a hosszúság lineáris függvénye. Az irányt leíró adat párok eloszlását nem közelítettük analitikus eloszlás függvénynyel. A fraktál dimenziót, a mintázatot jellemző legfontosabb numerikus paramétert boxcounting módszerrel határoztuk meg. Mindezekkel egyetértésben a töréseket reprezentáló korong sereg generálása az alábbi rekurzív algoritmus alapján történt:

- 1. A vizsgált térrész felosztása maximális méretű, homogén paraméter halmazú, kocka alakú egységcellákra (generátor elemek);
- 2. Az *i*. lépésben kapott cellák éleinek felosztása  $n \in \mathbb{N}$  részre, s így  $n^3$  számú azonos méretű (r/n) új kocka generálása;
- Az adott generátor elemben érvényes "box-counting" dimenzió alapján (N(r)=r<sup>-D</sup>) a repedés középpontot tartalmazó kisebb kockák véletlenszerű kiválasztása;
- 4. A 2. és 3. lépés rekurzív ismétlése;
- 5. Adott küszöbérték elérésekor a repedést tartalmazó kockák középpontja, mint repedés középpontok kiválasztása ("fracture seeds");
- 6. A megfelelő eloszlásokból véletlenszerűen választott paraméterekkel (hosszúság, irány) a repedés középpontok körül repedés (korong) generálása.

Az 1-4. lépés ismétlésével amint a cellák mérete csökken, a repedés középpontot tartalmazó kockák száma nő. Az algoritmus rekurzív jellege, és az alkalmazott box-dimenzió miatt a kialakuló pontsereg a mérttel megegyező dimenziójú fraktál objektum lesz. A végeredményként kapott töréshálózat teljesíti a kezdeti feltételeket, miszerint paraméterei megegyeznek a mért paraméterek eloszlásaival. Az algoritmus statisztikus abban az értelemben, hogy alkalmazásával tetszőleges számú, azonosan valószínű realizáció hozható létre. Számításainkat a fenti algoritmust megvalósító REPSIM szoftverrel végeztük (M. Tóth és tsai., 2004, 2006).

A szimulált töréshálózat alapján mérhető repedezett porozitás a töréseket reprezentáló lapos henger szeletek térfogata és a befoglaló cella térfogata arányaként értelmezhető, azaz

$$\Phi = \frac{Vf}{V} \tag{4}$$

Kocka alakú cella esetén  $V = r^3$ , míg a repedések által elfoglalt térfogat a korong sereg kockába eső részének a határozott integrálja az adott térfogaton. Ezt elég finom beosztás esetén jól közelíti a Riemann-féle alsó közelítő összeg, azaz

$$Vf = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j} \frac{l_{ij} \cdot a_{ij} \cdot r}{n},$$
(5)

és így a porozitás

$$\Phi = \frac{1}{n^* r^2} \sum_{i=1}^n \sum_j l_{ij} \cdot a_{ij}$$

(6)

formában adódik.

## 4 A REV SZÁMÍTÁSA

A REPSIM segítségével három kiválasztott paraméter változása alapján növekvő élhosszúságú cellákra porozitást számítottunk. A porozitás értékek statisztikai vizsgálata segítségével adott paraméterhármashoz adott nagyságú, optimális térfogat rendelhető. E két eredmény felhasználásával lehetőség nyílik arra, hogy mind a magmás és metamorf, mind az üledékes kőzetekben kialakuló másodlagos porozitást hidrodinamikai szempontból is kezelni tudjuk.

A szimulált töréshálózat áramlásmodellezésre való alkalmazhatóság szempontjából legfontosabb paraméterei a repedezett porozitás és belső permeabilitás tenzor (Oda, 1985) Valamely kőzettest számított porozitása ugyanakkor jelentős mértékben függ a választott térfogattól. A lépték fontos szerepét fejezi ki a reprezentatív elemi térfogat (REV) fogalma, mely definíció szerint (Bear, 1972) az a térfogat, melynél nagyobb egységet választva már lényegében nem változik a számított vagy mért porozitás. A REPSIM program REPPOR modulja a (4-6) képlet alapján, adott paraméterhalmazzal generált repedéshálózat porozitását megadott felbontás mellett számítja. Így az áramlási szimuláció során figyelembe veendő minimális cellaméret (REV) viszonylag egyszerűen számítható.

A REV vizsgálat olyan elméleti kőzettestekre készült, melyekben két, egymáshoz 60°-kal dőlő repedéscsoport alakul ki. A számításokat az  $E - D_c - \alpha^r$  paraméterek értékei által kifeszített változótér átlója mentén, az {(-2.8, 1.3, 60); ( -2.6, 1.4, 60); ( -2.4, 1.5, 60); ( -2.2, 1.6, 60); (-2.0, 1.7, 60); (-1.8, 1.8, 60)} pontokban végeztük el. Minden paraméterhármas esetén >100 db, azonosan valószínű porozitás értéket generáltunk r = 1m, 2m, 5m, 10m, 20m, 25m, 50m oldalhosszúságú kocka alakú cellakiosztás mellett. Mivel a kapott porozitás értékek halmaza közel normális eloszlást mutat, a várható érték (M) és a szórás ( $\sigma$ ) jól jellemzi a statisztikai sokaságot. A vonatkozó r- $\Phi$  ábrán (1. ábra) a porozitások átlaga a felbontás növekedésével kis mértékben változik, míg a szórás monoton csökken bármely input paraméter hármas esetén. Mivel ugy-anakkor az átlag és a szórás értékei a paraméterek függvényében széles határok között változnak, a különböző esetek összehasonlítására, valamint az egyes eseteken belül a REV kijelölésére célszerű a variációs tényezőt ( $\gamma = \sigma/M$ ) használni.

#### 5 DISZKUSSZIÓ

Mivel a fentiek miatt  $\gamma(r)$  monoton és nullához konvergáló függvény, a REV az alábbiakkal definiálható:

$$\forall \varepsilon > 0, \ \exists \mathbf{r}_{o}, \text{ hogy ha } \mathbf{r} > \mathbf{r}_{o}, \text{ akkor } \gamma \left( \mathbf{r}_{o} \right) < \varepsilon \tag{7}$$

esetén REV =  $r_0$ . Míg számos szerző (AHMED, 2001) szerint a variációs tényező használata esetén 10%, vagy annál kisebb vágásérték alkalmazandó, esetünkben indokolt az  $\varepsilon = 0.2$  használata.



1. ábra: A számított porozitás átlagának és szórásának alakulása a választott felbontás függvényében, adott paraméter hármassal generált repedéshálózat esetén

A REV mérete a kőzet repedezettségének, s így az alapparaméterek (E-  $D_c - \alpha^r$ ) értékhármasának függvénye. A számítások azt – az intuitíven is igaznak vélt – állítást bizonyítják, miszerint a REV mérete a törés sűrűség és hosszúság növekedésével csökken, a porozitás pedig ezzel ellenkezően viselkedik. A REV görbe monoton csökkenő, az *E* és  $D_c$  növekedésével egyre kisebb értékeket vesz fel. Olyan kőzetben tehát, ahol a repedések közül a hosszabbak dominálnak, és ezek sűrűn töltik ki a teret, egy néhány m<sup>3</sup>-es térfogat vizsgálata valósághű eredményt ad a kőzet porozitásáról. Ellenben a rövidebb törésekkel ritkán átszőtt kőzet másodlagos porozitásának becsléséhez kb. 30-40 m (2. ábra), extrém esetekben még nagyobb élhosszúságú egységet szükséges választani. Míg (-2.8, 1.3, 60) esetén a REV mérete 10 méter körül alakul, addig (-1.8, 1.8, 60) esetén kb. 35 méter (2. ábra). Ezek az eredmények megerősítik azt az általánosan elfogadott (Bear, 1972) hipotézist, miszerint repedezett kőzetek esetén a REV mérete nagyságrendekkel meghaladja a porózus kőzetekre jellemző értéket. A szóban forgó mérettartomány a skálának pontosan az a része, amely fúrómag léptékben már nem, geofizikai módszerekkel pedig még nem vizsgálható. Ez egyben a töréshálózat szimulációjának, valamint a porozitás és permeabilitás adatok származtatásának szükségességét is igazolja.



2. ábra: A porozitás és a REV változása a fraktál dimenzió függvényében

Egy adott kőzettest másodlagos porozitását, azaz a benne jelen lévő repedéshálózat által kitöltött térfogat nagyságát alapvetően a törések száma, hosszúsága és nyitottsága határozza meg. Amíg a porozitás egyértelműen nő a hosszúság és nyitottság növekedésével, addig az adott paraméter hármassal generált töréshálózatra jellemző REV független lesz az *A* paraméter megválasztásától, mivel:

$$\frac{\sigma(A \cdot L)}{M(A \cdot L)} = \frac{\sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^{n} (A \cdot L_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} A \cdot L_i\right)^2}{n(n-1)}}}{\frac{\sum_{i=1}^{n} (A \cdot L_i)}{n}}$$
(8),

ahol Li az i-dik repedés hossza, n a repedések száma, ami továbbá egyenlő



Az tehát, hogy a szimuláció során milyen input paraméterekkel számoltuk a hosszúságból a nyitottságot nem befolyásolja a REV méretét. Ez igen lényeges szempont, hiszen a repedéseken végzett nyitottság mérések nagyon jelentős hibával terheltek.

### 6 ESETTANULMÁNY

A Pannon-medence repedezett, variszkuszi metamorf kőzetekből álló aljzatának kiemelkedően fontos szerepe van, mint a mély medencékben keletkezett szénhidrogének migrációs, illetve tároló közege. A kristályos tárolók tulajdonságait elsősorban az egyes területeket felépítő, eltérő reológiai tulajdonságú kőzettípusok komplex deformációtörténete határozza meg. Mivel a képződményeknek felszíni feltárása nem ismert, a töréshálózattal kapcsolatos szerkezetföldtani és geometriai információk csak kis mérettartományban, fúrómagokon állnak rendelkezésre. A fenti vizsgálat tapasztalatai mindazonáltal azt mutatják, hogy kézipéldányok körültekintő analízisével a nagyléptékű méréseken alapulóval analóg törésrendszer szimulálható.

A terület egyik legfontosabb, legrészletesebben kutatott tárolója a Szeghalom kiemelkedés. Az aljzatot itt különböző gneisz és amfibolit típusok alkotják (M. Tóth és tsai., 2000), melyek töréses deformációja alapvetően egy, a medence extenziójához kapcsolódó normálvető rendszerhez kapcsolódik. Mint azt ásványkémiai és fluidumzárvány adatok igazolják, a törések cementációja során a repedésrendszer hidrodinamikai kapcsolatban volt a környező üledékes medencékkel (Juhász és tsai., 2002). A repedéskitöltő kvarc kristályokba zárt CH-zárványok vizsgálatával mindazonáltal eltérő kemizmusú, koegzisztens fluidumok léte igazolható, ami nem összefüggő repedésrendszer jelenlétére utal (Schubert és tsai., 2007).

Vizsgálataink során típusos amfibolit és gneisz mintákat elemeztünk. Az amfibolitot átszövő repedések dominánsan két meredek, egymáshoz ~65°-kal dőlő síkcsoportot definiálnak. A hosz-szúságeloszlás E paramétere –1.8 körüli értéknek felel meg, a törésközéppontok fraktál dimenziója ~1.3-nek adódott. A gneiszben hasonló meredekségű, de jóval kevesebb számú törést tartalmazó meredek síkcsoportok különíthetők el. A hosszúság eloszlást és a fraktál dimenziót jellemező értékek  $E \sim -2.5$  és  $D_c \sim 0.9$  (M. Tóth és tsai., 2004).

Ezen input paraméterek alapján az amfibolit porozitás adatainak relatív szórása 18 m-es felbontás esetén éri el az általunk definiált 20 %-os határt; a jellemző REV méret ekkor  $r_o = 18$  m (3. ábra). A kőzet átlag porozitása  $\Phi \sim 2$  %, ami a repedések összefüggősége miatt lényegében az effektív porozitás értéke is. A gneisz mintára jellemző REV méret többszöröse az amfibolitra jellemző értéknek;  $r_o = 70$  m (4. ábra). Ez a relatíve rövid és ritkán előforduló repedések jelenlétével magyarázható. A kőzet porozitása  $\Phi \sim 0.2$  %, az effektív porozitás pedig még ezt az értéket sem éri el.





Mindez összességében arra utal, hogy a repedezett aljzat jó tároló és vezető zónái az amfibolitokhoz kapcsolódhatnak, míg a gneisz domének kevésbé vesznek részt az aljzati tároló hidrodinamikai rendszerében.

#### IRODALOM

- Ahmed S.E. 2001. Simultaneous estimation of coefficients of variation. *Journal of Statistical Planning and Inference*, **104**: 31-51.
- Barton C.C., Larsen E. 1985. Fractal geometry of two-dimensional fracture networks at Yucca Mountain, Southwestern Nevada. In: Stephanson, O. ed.: Proc. Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints, 77-84
- Barton C.C. 1995. Fractal analysis of scaling and spatial clustering of fractures. In: Barton C.C., La Pointe, 6 P.R. eds.: *Fractals in the Earth Sciences*. Plenum Press, New York, p. 168
- Bear, J. 1972. Dynamics of fluid sin porous media. Elsevier, Amsterdam.
- Bourbiaux B. Cacas M.C., Sarda S., Sabathier J.C. 1998. A rapid and efficient methodology to convert fractured reservoir images into a dual-porosity model, Revue de l'IFP, **53**(6)
- Bourbiaux B., Basquet R., Daniel J.M., Hu L.Y., Jenni S., Lange A., Rasolofosaon P. 2005. Fractured reservoirs modelling: a review of the challenges and some recent solutions. First Break, Vol.23.
- Chiles J., de Marsily G. 1993. *Models of fracture Systems*. In: Bear J., Tsang C.F., de Marsily G. eds.: *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*. Academic Press, INC.
- Gudmundsson A. Berg, S.S., Lyslo K.B., Skurtveit E. 2001. Fracture networks and fluid transport in active fault zones. *Journal of Structural Geology*, **23**(2-3), 343-353.
- Gudmundsson A. 2000. Fracture dimensions, displacements and fluid transport. Journal of Structural Geology, 22(9): 1221-1231
- Hirata T. 1989. Fractal dimension of fault system in Japan: fracture structure in rock fracture geometry at various scales. *Pure Applied Geophysics*, **131**: 157-170
- Juhász A., M Tóth T., Ramseyer K., Matter A. 2002. Connected fluid evolution in fractured crystalline basement and overlying sediments, Pannonian Basin, SE Hungary. *Chemical Geology*, 182: 91-120
- Kranz R.L. 1994. Fractal point patterns and fractal fracture traces. In: Nelson, Laubach, eds.: *Rock mechanics*. Balkema, Rotterdam, pp. 793-800.
- La Pointe P.R. 1988. A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, **25**: 421-429
- Loiseau P. 1987. Correlations between Parameters. In: Bear, J., Tsang, C. F., de Marsily, G. eds.: *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*. Academic Press, INC.
- M. Tóth T., Schubert F., Zachar J. 2000. Neogene exhumation of the Variscan Szeghalom dome, Pannonian Basin, E. Hungary. *Journal of Geology*, **35**(3-4): 265-284
- M. Tóth T., Hollós Cs., Szűcs É., Schubert F. 2004: Conceptual fracture network model of the crystalline basement of the Szeghalom Dome (Pannonian Basin, SE Hungary). Acta Geol. Hung., 47(1): 19-34.
- M. Tóth T., Vass I., Schubert F. 2006. Repedéshálózat szimuláció és paleofluidum rekonstrukció szerepe kommunikáló törésrendszerek vizsgálatában, Mérnökgeológia - kőzetmechanika konferencia 2006, (szerk.: Török Á., Vásárhelyi B.), Műegyetemi kiadó, 163-180.
- Mandelbrot B.B. 1983. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, New York, p. 468.
- Mandelbrot B.B. 1985. Self-affine fractal dimension. *Physica Scripta*. **32**: 257-260.
- Matsumoto N., Yomogida K., Honda S. 1992. Fractal analysis of fault systems in Japan and the Philippines. *Geophys. Res. Lett.*, **19**(4): 357-360
- McDonald M., Harbough 1988. A modular three-dimensional finite difference groundwater flow model, Tech. Water Resour. Invest: 06-A1, U. S. Geol. Surv., Reston, VA.
- Min K.B., Jing L., Stephansson O. 2004. Determining the equivalent permeability tensor for fractured rock masses using a stochastic REV approach: Method and application to the field data from Sellafield, UK. *Hydrogeology Journal*, **12**(5): 497-510
- Oda M. 1985. Permeability tensor for discontinuous rock masses. *Geotechnique* 35: 483-495.

- Ouenes A., Hartley L.J. 2000. Integrated fractured reservoir modeling using both discrete and continuum approaches. Paper SPE 62939, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, TX, USA.
- Pollard D.D., Segall P. 1987. Theoretical displacements and stresses near fractures in rock: with application to faults, joints, veins, dikes and solution surfaces. In: Atkinson, B. ed.: *Fracture Mechanics of Rock*. Academic Press, London
- Roberts S., Sanderson D.J., Gumiel P. 1998. Fractal analysis of the Sn-W mineralization from central Iberia: Insights into the role of fracture connectivity in the formation of an ore deposit. *Economic Geology*, 93, 360-365
- Schubert F., Diamond L.W., M. Tóth T. 2007: Fluid inclusion evidence of petroleum migration through a buried metamorphic dome in the Pannonian Basin, Hungary. *Chemical Geology*, 244(3-4): 357-381.
- Tsuchiya N., Nakatsuka K., 1995. A two-dimensional mono-fractal approach to natural fracture networks in rock. *Geotherm. Sci. Tech.*, **6**: 63-82
- Vermilye J.M., Scholz C.H. 1995. Relation between vein length and aperture. *Journal of Structural Geology*, 17(3): 423-434
- Witherspoon P.A., Wang J.S.Y., Iwai K., Gale J.E. 1980. Validity of cubic law for fluid flow in deformable rock fracture. *Water Resources Research*, **16**(6): 1016-1024
- Yielding G., Walsh J.J., Watterson J. 1992. The prediction of small-scale faulting in reservoirs. *First Break*, **10**: 449-460